

جامعة فلسطين.
كلية إدارة المال والأعمال.

بحوث العمليات والأساليب الكمية في صنع القرارات الإدارية.

نسخة مطورة مزودة بالأمثلة التطبيقية الشاملة.

أ. رنـــد عمران مصطفى الأسطل
ماجستير إدارة أعمال

الطبعة السادسة
2016 م

آية قرآنية



سورة الكهف

بسم الله الرحمن الرحيم

الحمد لله الذي أنزل على عبده الكتاب ولم يجعل له عوجا (١) قيما لينذر بأسا شديدا من لدنه ويبشر المؤمنين الذين يعملون الصالحات أن لهم أجرا حسنا (٢) ماكثين فيه أبدا (٣) وينذر الذين قالوا اتخذ الله ولدا (٤)

الإهداء

إلى أعز الناس

إلى من هما صاحبا الفضل بعد الله فيما وصلت إليه...

إلى أعز و أحب الناس إلى قلبي ...

إلى روح والدي الطاهرة

إلى الغالية أمي أطال الله في عمرها

إلى زوجي محمد و أطفالي ليان وحيدر

إلى عزوتي وسندي اخوتي

إلى طلبة العلم وكل من يبحث عن ما هو جديد

إلى كل من يقدر العلم والعلماء

إلى طلبة وطالبات الجامعات في فلسطين

إلى أعضاء هيئة التدريس في كلية التجارة والادارة والتمويل والمال والأعمال

الى طلبة أكاديمية الادارة والسياسة للدراسات العليا

الى استاذتي الافاضل في الجامعة الاسلامية

إلى أسرى ومحررين فلسطين الأوفياء

إلى شهداء فلسطين الذين افتدوا بدمائهم وأرواحهم الطاهرة

وضحوا بكل غالي ونفيس

الى حماة الوطن الغالي وشهداء الثورات العربية رحمة الله عليهم

إليهم جميعاً أتقدم بهذا العمل المتواضع ،،،

مقدمة الكتاب

بداية نهل عليكم بمرجع جيد يفيد طلبة البكالوريوس في الجامعات الفلسطينية ويعتبر التأسيس الهام في مدخل علم بحوث العمليات والأساليب الكمية في صنع القرارات ويحتوي هذا الكتاب على تسعة فصول دراسة متنوعة يشمل الإطار النظري والعملي والتطبيقات الرياضية في مجال بحوث العمليات.

تم إعداد الكتاب على عدة مراحل وأهمها الفصل الأول الذي يعتبر ركيزة أساسية في تعريف مفاهيم ومبادئ بحوث العمليات، ويحتوي على القرارات الإدارية وتطور بحوث العمليات. ويحتوي الفصل الثاني على كيفية صياغة المشكلة التي تواجه كثيرا من المدراء ومتخذي القرارات في المنظمات. ويحتوي الفصل الثالث على البرمجة الخطية وأنواعها منها الطريقة البيانية وطريقة السمبلكس. يحتوي الفصل الرابع على النموذج المقابل وكيفية تحويله من النموذج الأولي إلى نموذج مقابل. ويحتوي الفصل الخامس على شجرة القرارات المهمة في اتخاذ القرارات في ظل التأكد التام أو عدم التأكد. يحتوي الفصل السادس على مشاكل النقل وكيفية حلها بالطرق الممكنة والمفضلة وكيفية اختبارها في الحلول المثلى. ويحتوي الفصل السابع على مشاكل التعيين وكيفيه حلها في ظل توفر المهام والمرشحين بأعداد مختلفة. ويحتوي الفصل الثامن على شبكات الأعمال بالإضافة إلى إدارة المشاريع وكيفية السيطرة على سير أعمال المشروع وما هو الوقت اللازم لتسليم المشروع واستخدام المسار الحرج وأسلوب بيرت الحديث ويحتوي الفصل التاسع على صفوف الانتظار الهامة في حياتنا اليومية ومدى تطبيق الأساليب الحديثة في حل مشاكلها. وتم إضافة ملحق خاص بالتمارين الشاملة على منهج بحوث العمليات في المواضيع السابقة.

وصلى الله على نبينا محمد علية الصلاة والسلام.

قائمة المحتويات

خطة المساق

1)المعلومات العامة عن المساق:

أ. المساق: بحوث العمليات رمزه: ACCT2309 المساق المناظر من الخطة القديمة: نفس المساق
ب. الساعات المعتمدة للمساق: ثلاث ساعات معتمدة
ج. الساعات المطلوب تنفيذها فعلياً: 42 نظري: 1.5 عملي: 1.5
د. البرنامج أو البرامج التي يتم تقديم المساق ضمنها: العلوم الادارية والتمويل المحاسبة والادارة
ه. المستوى الذي يتم تدريس المساق له: الثاني
و. المتطلبات السابقة للمساق: رياضيات في الادارة + ادارة العمليات الادارية(الانتاجية)

2) أهداف المساق العامة:

1- توافر إلمام كافي بأصول وأسس تنمية فهم معين للأساليب الكمية في صنع القرارات الادارية.

2- استخدام الطرق العلمية كأساس ومنهج في البحث والدراسة للمشكلة الادارية.

3- كيفية استخدام النماذج لأنه جوهر بحوث العمليات بناء النماذج والاعتماد عليها.

4- تحقيق مدى الاستفادة منها لوضع القرارات في المشكلات الإدارية وهذا هدف بحوث العمليات.

5- توفر بحوث العمليات إمكانية القياس الكمي للظواهر المختلفة (عواملها ومتغيراتها وظروفها المختلفة).

6- تساعد على توليد عدد كبير من البدائل والمفاضلة بينها للوصول إلى الحل

الأمثل بسرعة وكفاءة عالية.

7- تعتبر القاعدة العلمية لدراسة المشكلات واتخاذ القرارات، كما تمكن من تحديد النتائج المتوقعة للقرارات وتقويمها في مرحلة مبكرة وقبل تنفيذها.

8- تتيح إمكانية ربط الأهداف الفرعية للوظائف والأنشطة المختلفة بالأهداف العامة للنظام الكلي.

9- توفر الوسائل والأدوات اللازمة لتنسيق الأنشطة المختلفة والتحكم فيها من خلال التنسيق بين الأهداف الفرعية وربطها بالأهداف العامة للنظام.

10- التطبيق العملي على برامج الحاسوب ومقارنتها بالحلول اليدوية.

3) الوصف العام للمساق:

يقوم هذا المساق على إكساب الطالب معلومات وافية وكافية عن نشأة بحوث العمليات وخصائصها المميزة لها وعلاقاتها بالعلوم الأخرى، منهج بحوث العمليات في حل المشاكل واتخاذ القرارات، بحوث العمليات وعلاقتها بالبيئة الفلسطينية وبيئة المجتمعات النامية المتقدمة، البرمجة الخطية والمشاكل المتفرعة عنها وتشمل مشاكل التعظيم والتقليل، والحل البياني، والسمبلكس، والنموذج المقابل، كما يدرس مصفوفة وشجرة القرارات، ونظريات الاربعة للمعايير الاقتصادية والادارية، ومشاكل التوزيع وتشمل حل النقل، وحل مشاكل التعيين (التخصيص)، شبكات الأعمال وتشمل دراسة المسار الحرج (CPM) واسلوب بيرت(PERT)، ونظرية صفوف الانتظار، وتشمل دراسة المقرر حالات عملية تطبيقية في المواضيع المختلفة كذلك مهارة تطبيقها على برنامج معين في الحاسوب.

4) خطة تدريس خلال الفصل الدراسي:

وصف المساق:

م.	الأسبوع	الموضوعات
1.	الأول	مقدمة في بحوث العمليات: مفهوم وتعريف بحوث العمليات، أهم الأساليب الكمية في بحوث العمليات في حل المشكلات.
2.	الثاني	كيفية صياغة نموذج برمجة خطية للمشاكل الادارية في حالة تعظيم الارباح و تقليل التكاليف
3.	الثالث	نموذج البرمجة الخطية: تعريف وطبيعة البرمجة الخطية، طبيعة، كيفية صياغة المشكلة، وحلها باستخدام أسلوب الرسم البياني في حالة تعظيم الارباح وتقليل التكاليف.
4.	الرابع	تعريف وطبيعة البرمجة الخطية، طبيعة، كيفية صياغة المشكلة، وحلها باستخدام أسلوب السمبلكس لتعظيم الارباح.
5.	الخامس	تعريف وطبيعة البرمجة الخطية، طبيعة، كيفية صياغة المشكلة، وحلها باستخدام أسلوب السمبلكس لتقليل التكاليف باستخدام طريقة الام الكبرى لمشاكل البرمجة الخطية
6.	السادس	النموذج المقابل، شروطه، استخداماته
7.	السابع	شجرة القرارات: مفهوم شجرة القرارات، كيفية رسم شجرة القرارات، ونظرية المعايير الاربعة في القرارات الاقتصادية الادارية
8.	الثامن	امتحان نصف الفصل

.9	التاسع	نموذج النقل: التعريف والمفهوم، طرق حل المشاكل: طريقة الركن الشمالي الغربي، اقل التكاليف، فوجل التقريبية، وإيجاد الحل الأمثل باستخدام طريقة المسار المتعرج.
.10	العاشر	نموذج التخصيص(التعيين):المفهوم والشروط، طرق الحل المشاكل: استخدام طريقة العد الكامل.
.11	الحادي عشر	نموذج التخصيص(التعيين):المفهوم والشروط، طرق الحل المشاكل: استخدام الطريقة الهنغارية.
.12	الثاني عشر	تحليل شبكات الأعمال وإدارة والمشاريع: التعريف، حل المشكلات بأسلوب المسار الحرج و رسم شبكة الأعمال.
.13	الثالث عشر	تحليـل شـبكات الأعمـال وإدارة والمشـاريع: التعريـف، حـل المشكلات بدراسة شبكة بيرت و رسم شبكة الأعمال
.14	الرابع عشر	نظرية صفوف الانتظار: التعريف، المكونات الأساسية لصفوف الانتظار، التوزيعات الإحصائية الخاصة بعملية الوصول لطلب الخدمة، معدل أداء الخدمة، النماذج الرياضية لصفوف الانتظار في حالتي نموذج الخدمة الواحد ومتعدد الخدمة
.15	الخامس عشر	مراجعة عامه وحل أسئلة التعيينات الشاملة والامتحانات السابقة

5) الجدول الزمني لمهام التقويم التي يتم تقييم الطلبة وفقها خلال الفصل الدراسي:

م.	طبيعة مهمة التقييم	الأسبوع المستحق	نسبة الدرجة إلى درجة التقييم النهائي
.1	حل مسائل في البيت (ملزمة الامتحانات السابقة)		%10
.2	امتحان نصفي أول بعد الانتهاء من النموذج المقابل	التاسع	%30
.3	البحوث وأوراق العمل	الاسبوع الثالث عشر	%10
.4	مراجعة عامة وحل نماذج امتحانات سابقة		–
.5	امتحان نهائي		%60

6) مصادر التعلم:

أ. الكتاب المقرر للمساق:

-كتاب جامعة الاقصى ، **بحوث العمليات والأساليب الكمية في صنع القرارات الادارية:** أ. رند عمران الأسطل، الناشر مكتبة الطالب الجامعي، الطبعة السادسة 2016

ب. المراجع الأساسية (التي يجب تحديدها للطلبة للرجوع إليها):

-أبحاث ومقالات منشورة في بحوث العمليات

- عوض، مراد،2010، الأساليب الكمية في صنع القرارات، دار اليازوري العلمية للنشر والتوزيع عمان الأردن

- حمدان، فتحي، ومرعي، رشيق، 2006، بحوث العمليات دار وائل للنشر، عمان الأردن

- طعمة، حسن وآخرون، 2009، بحوث العمليات، دار صفاء للنشر والتوزيع، عمان الأردن.

- **Render, Barry & Stair, Ralphm Jr., 2006, Quantitative Analysis for Management, 9th ed, Allyn & Bacon, Boston,8th ed, USA**

- تدريبات تطبيقية ونماذج عملية في بحوث العمليات

- نماذج الامتحانات السابقة

الفصل الأول

أساليب المنـهج العلمي

الأساليب الإحصائية	الأساليب الكمية
الانحدار	البرمجة الخطية
الأرقام القياسية	الطريقة البيانية
السلاسل الزمنية	الطريقة المبسطة
بوكس حينكز	النقل
الأوساط المتحركة	التعيين
الارتباط	التحليل الشبكي
ارتباط الرتب لسبيرمان	المسار الحرج
ارتباط الرتب	بيرت
ارتباط الصفات	صفوف الانتظار
الارتباط المتعدد	شجرة القرارات
	المحاكاة
	سلاسل ماركوف
	المخزون
	تحليل نقطة التعادل
	التدفق
	المصفوفات
	أساليب جبرية رياضية

مقدمة في بحوث العمليات

ما الفرق بين علم بحوث العمليات والأساليب الكمية في صنع القرارات؟

بحوث العمليات:

علم بريطاني ويدرس في مرحلة البكالوريوس

الأساليب الكمية في صنع القرارات

علم أمريكي ويدرس في الدراسات العليا وتطور في جميع المجالات الهندسية وتكنولوجيا المعلومات والحاسوب والإحصاء والإدارة والرياضيات والكليات العسكرية

تعريف كلمة بحوث: Research

تعني القياس والتحليل والمقارنة والتنبؤ.

تعريف كلمة عمليات: Operation

الحوادث العسكرية التي تشتمل على الفعاليات والإجراءات الاستراتيجية التي تحدث في ساحة المعركة.

مفهوم وأهمية بحوث العمليات :

تتعدد أساليب اتخاذ القرارات من الأسهل إلى الأصعب من حيث الجهد، الوقت والتكلفة، حيث يأتي في مقدمة هذه الأساليب من حيث قلة الجهد، والسرعة في الوقت، وقلة التكلفة؛ أسلوب الحدس والتخمين والرأي الشخصي لحل مشكلة معينة.

بعدها تتدرج مجموعة من الأساليب من حيث الصعوبة لتصل إلى استخدام الطرق العلمية والرياضية، ويتوقف استخدام هذه الأساليب دون الأخرى على طبيعة المشكلة ، أي أن الموقف هو الذي يملي نوع الأسلوب الذي يمكن تطبيقه، حيث يمكن تقسيم أساليب اتخاذ القرار إلى قسمين:

أساليب نظرية تقليدية:

قائمة على أساس البديهة والحكم الشخصي إلى جانب الخبرة.

أساليب علمية كمية :

والتي تزداد أهميتها مع تعقد البيئة التنظيمية وطبيعة المشكلات التي يمكن أن يواجهها متخذ القرار، ومن بين الأساليب العلمية (الكمية) نجد بحوث العمليات .

يعتبر علم بحوث العمليات من العلوم التطبيقية التي أحرزت انتشارا واسعا خاصة بعد الحرب العالمية الثانية وذلك في مجال العلوم الإدارية، حيث يعتبر هذا العلم من الوسائل العلمية المساعدة في اتخاذ القرارات بأسلوب أكثر دقة وبعيد عن العشوائية الناتجة عن تطبيق أسلوب المحاولة والخطأ، لاعتماده على المعلومات الملائمة في اختيار البديل الأمثل لحل المشاكل التي يمكن أن تواجه متخذ القرار.

تعريف بحوث العمليات:

بحوث العمليات أو علم القرار هو فرع من فروع الرياضيات التطبيقية. يسمى البرمجة الرياضية ويهتم بتحسين عمليات وطرائق معينة بقصد الوصول إلى حل أمثل لهذه المشاكل. ولبحوث العمليات تطبيقات في الهندسة والعلوم الاقتصادية والإدارية والتسويقية .تستخدم في بحوث العمليات طرق النمذجة الرياضية والتحليل الإحصائي للوصول للحل الأمثل واتخاذ القرارات. ونظرا لتنوع وكثرة تطبيقاتها، تتقاطع بحوث العمليات مع مجالات أخرى متعددة مثل الهندسة الصناعية، وإدارة العمليات، وإدارة المواصلات. تتكون بحوث العمليات من مجموعة من

الأساليب (الطرق (المختلفة (مسألة النقل، البرمجة الخطية، البرمجة الشبكية،...) هذه الطرق في حد ذاتها ليست متجانسة ولا تعالج نفس الموضوعات، إلا أنها تبحث كلها في الحل الأمثل حسب نوع وطبيعة المسائل. وعادة ما يكمن الهدف في الحل الأمثل المنشود هو الحصول على أقل تكلفة ممكنة أو أكبر ربح ممكن.

تعددت التعاريف التي تتعلق في بحوث العمليات:

هي المدخل العلمي الذي تستخدمه الإدارة التنفيذية لحل المشاكل(تعريفWanger)

فن إيجاد أجوبة رديئة لمشاكل سبق وان قدمت لها حل أسوأ (تعريفSaaty)

هو مجموعة من التقنيات والأدوات الرياضية والتي تطبق مع مدخل النظم لحل المشاكل عملية تتعلق باتخاذ القرارات ذات الطبيعة الاقتصادية أو الهندسية (تعريف Daellenbach&George).

وهي حقل علمي جديد لصناعة القرار يتصف باستخدام المعرفة العلمية من خلال جهود فرق عمل تضم في عضويتها متخصصين بمختلف المعارف بغرض الاستخدام الأفضل للموارد المحدودة(تعريف حمدي طه)

وهو استخدام مدخل تخطيطي بواسطة طريقة علمية وفرق عمل متعددة التخصصات لغرض تمثيل العلاقات الوظيفية المتعددة كنماذج رياضية لغرض إعطاء قاعدة كمية لعملية صنع القرار في مشاكل إدارية جديدة (تعريف Thieruf&Klekamp)

هي طريقة علمية تزود الأقسام التنفيذية بأسس كمية للقرارات التي تكون من مهماتها (تعريف Morse&Kimball)

هي استخدام الطريقة العلمية للبحث في العمليات المختلفة (الإنتاجية، الاقتصادية، الإدارية، العسكرية، الصناعية، ...) بهدف إيجاد الحلول المثلى للمشكلات التي تواجه هذه العمليات.

ونقوم وفق التعريف باستخدام الطريقة العلمية للأسباب التالية:

1. أن عملية حل المشكلات ليست بالعملية السهلة أو البسيطة.
2. أن العمليات الجارية في النظم الحديثة تتصف غالباً بالتعقيد وبتنوع المؤثرات و المدخلات وتشابكها، وهذا يستدعي بالضرورة:

- تحليل العمليات إلى مكوناتها وعناصرها الأساسية.
- الكشف عن العلاقات المتبادلة بين العناصر وفق رؤية شمولية متكاملة.
- تحديد تأثير المتغيرات المختلفة في هذه العمليات للوصول إلى الأسباب الحقيقية للمشكلات الموجودة وإيجاد حلول مثلى لها.

ونظرا لاستعمالات بحوث العمليات في مجالات مختلفة فقد تعددت التعريفات المقدمة حولها، فهناك من يعرفها على أنها: " إحدى الأدوات الكمية التي تساعد الإدارة في عملية اتخاذ القرارات."

وهناك من يرى بأنها: "عبارة عن استخدام الطرق والأساليب والأدوات العلمية لحل المشاكل التي تتعلق بالعمليات الخاصة بأي نظام بغرض تقديم الحل الأمثل لهذه المشاكل للقائمين على إدارة هذا النظام."

كما عرفت بأنها : مجموعة من الأدوات القياسية التي تمكن الإدارة من الوصول إلى قرارات أكثر دقة وموضوعية، وذلك بتقديم الأساس الكمي لتحليل البيانات والمعلومات ."

وهناك من يعرف بحوث العمليات على أنها: " مدخل كمي أو رياضي لاتخاذ القرارات، يعتمد على بعض المعالجات الرياضية في حل مشاكل متعددة تواجه الإدارة "

خلاصة : من خلال هذه التعريفات يمكن القول أن بحوث العمليات تلعب دورا مهما لدراسة أنواع المشاكل، ومنها المتعلقة بإدارة الأعمال من خلال النظر إلى المشكلة من زاوية كمية، ومن تم صياغتها حسب الوظائف المتاحة.(arabic-military.com)

تعريف بحوث العمليات بشكل عام:

علم وفن يهتم بالبحث عن أفضل الحلول الواجب إقرارها لحل مشكلة معينة وتحت ظروف معينة وذلك باستخدام الطرق الرياضية لمعالجة العوامل المؤثرة على الحل وتحليلها من اجل إعطاء فرصة للمختصين اتخاذ القرار المناسب.

تعريف الجمعية البريطانية لبحوث العمليات:

استخدام الأساليب العلمية الكمية الرياضية لحل المشاكل المعقدة التي تواجهها إدارة الأنظمة الكبيرة من المعدات والمواد الأولية والقوى العاملة والأموال والأمور الخدمية الأخرى في المؤسسات والمصانع العسكرية والمدنية.

تعريف الجمعية الامريكية لبحوث العمليات:

العلم الذي يهتم باتخاذ القرارات العلمية حول الكيفية التي يتم بموجبها تصميم وبناء أنظمة معدات العمل والقوى العاملة بشكل مثالي في ظل الموارد المحدودة بمعنى اتخاذ القرارات العلمية لتصميم ووضع أنظمة المعدات والقوى العاملة وفقا لشروط معينة تتطلب تخصيص الموارد المحدودة بشكل امثل.

ما لمقصود بالمدخل الكمي؟

أسلوب علمي لصنع واتخاذ القرارات الإدارية يعتمد البيانات كمادة أولية له ويقوم بتحويلها إلى معلومات أي انه لا يعتمد على الحدس والتخمين والعاطفة

الأهداف الرئيسية لدراسة بحوث العمليات:

1. تنمية فهم معين للأساليب الكمية وتستخدم طريقة علمية كأساس ومنهج في البحث والدراسة
2. كيفية استخدام النماذج لأنه جوهر بحوث العمليات بناء النماذج والاعتماد عليها

3. تحقيق مدى الاستفادة منها لوضع القرارات في المشكلات الإدارية وهذا هدف بحوث العمليات.

أهمية بحوث العمليات:

1. توفر بحوث العمليات إمكانية القياس الكمي للظواهر المختلفة (عواملها ومتغيراتها وظروفها المختلفة).
2. تساعد على توليد عدد كبير من البدائل والمفاضلة بينها للوصول إلى الحل الأمثل بسرعة وكفاءة عالية.
3. تعتبر القاعدة العلمية لدراسة المشكلات واتخاذ القرارات، كما تمكن من تحديد النتائج المتوقعة للقرارات وتقويمها في مرحلة مبكرة وقبل تنفيذها.
4. تتيح إمكانية ربط الأهداف الفرعية للوظائف والأنشطة المختلفة بالأهداف العامة للنظام الكلي.
5. توفر الوسائل والأدوات اللازمة لتنسيق الأنشطة المختلفة والتحكم فيها من خلال التنسيق بين الأهداف الفرعية وربطها بالأهداف العامة للنظام.

وتتضح أهمية بحوث العمليات والأساليب الكمية لدراسة الأمور الكمية في إدارة الأعمال من خلال :

1. المساهمة في تقريب المشكلة الإدارية إلى الواقع .
2. صياغة نماذج رياضية معينة تعكس مكونات المشكلة.
3. عرض النموذج في مجموعة من العلاقات الرياضية وإعطاء فرص مختلفة (بدائل) لعملية اتخاذ القرارات وبما يساهم في تفسير عناصر المشكلة والعوامل المؤثرة فيها .
4. تطبيق هذه النماذج الرياضية في المستقبل عندما تواجهنا مشكلة مماثلة ولهذا يوفر هذا العلم فوائد كبيرة لصانعي ومتخذي القرارات ومن بين هذه الفوائد نجد:

5. طرح البدائل لحل مشكلة معينة لاتخاذ القرار المناسب، اعتمادا على العوامل والظروف المتوفرة.
6. إعطاء صورة تأثير العالم الخارجي على الاستراتيجيات التي تتخذها الإدارة، فمثلا تغير العرض والطلب من الظروف الخارجية التي تؤثر على إنتاج السلعة وتحقيق الأرباح من خلال إنتاجها.
7. صياغة الأهداف والنتائج ومدى تأثر هذه الأهداف بكافة العوامل والمتغيرات رياضيا للوصول إلى كميات رقمية يسهل تحليلها(arabic–military.com) .

خصائص بحوث العمليات:

وعلى الرغم من التباين في تعريف بحوث العمليات فإنها كمنهج علمي للبحث في العمليات وإيجاد الحلول للمشكلات التي تواجهها تتسم بخمس خصائص أساسية هي:

1. استخدام الطريقة العلمية للبحث: وتعتمد الطريقة العليمة على الملاحظة العلمية للمشاهدات، والقياس وتحديد المتغيرات، وبناء النموذج الذي يمثل الظاهرة التي تجري دراستها، بالإضافة إلى تكوين الفرضيات واختبارها والوصول إلى حلول.
2. استخدام المدخل الشمولي أو النظمي: وهو دراسة الظاهرة من جميع جوانبها وتحليلها إلى عناصرها المختلفة.

   ما هو النظام؟

   هو مجموعة من العناصر المترابطة معاً لأداء وظيفة معينة.
3. استخدام خبرات وتخصصات متنوعة: كما أسلفنا أن المدخل الشمولي يتطلب دراسة الظاهرة من جميع جوانبها وتحليلها إلى عنا صرها المختلفة. وهذا لا يمكن أن يتأتى إلا من خلال استخدام فريق للبحث تتنوع فيه تخصصات الأعضاء وتتكامل بشكل منسق يساعد على معالجة الظاهرة قيد البحث من جميع جوانبها. (أي من وجهة نظر جميع العلوم ذات

العلاقة بالظاهرة)._فمثلاً: أي مشكلة إدارية لها بالإضافة إلى البعد الإداري أبعاد أخرى (قانونية، تقنية ، صناعة، زراعة، بنوك، نفسية، اجتماعية، صحية) لذا لا بد من استخدام خبرات وتخصصات متنوعة عند حل المشكلات.

4. استخدام النماذج الرياضية: يقوم تطبيق بحوث العمليات على بناء نماذج رياضية بهدف استخدامها في تحليل المشكلات ودراستها وإيجاد الحلول المناسبة لها، وذلك لأنها تعبر عن مشاكل واقعية حقيقية لا تقبل التأويل لأن معلوماتها مؤكدة بنسبة 100%

العوامل التي ساعدت على انتشار وتطبيق بحوث العمليات في المنشآت المدنية الصناعية والتجارية:

1- الإنتاج الكبير للسلع واتساع حجم السوق المحلية والإقليمية الدولية.
2- شدة المنافسة بين المنشآت الصناعية والتجارية
3- تعقد وتنوع المشكلات التي تواجه طبيعة العمل في المنشآت
4- ظهور الحاسب الالكتروني وتطوره في تصميم برامج لحل المشاكل بسرعة ودقة عالية
5- الانتعاش والرواج الاقتصادي
6- ثورة العلم والبحوث والتطورات في المناهج العلمية والأبحاث

مجالات تطبيق بحوث العمليات:

1- **الصناعة والتجارة والزراعة:** تخطيط النتاج، توزيع الإنتاج، استخدام امثل للموارد، مراقبة المخزون
2- **النقل والمواصلات:** تنظيم المواصلات البرية، الرحلات الجوية، حركة المرور، استخدام الهاتف
3- **التخطيط:** تنظيم استخدام القوى العاملة، تخطيط المشروعات، تخطيط اقتصادي، جدولة الأعمال، تخطيط المدن

4- **التسويق والمبيعات:** رسم سياسات تسعيرية وتسويقية، بحوث تسويق، الدعاية والإعلان، دراسة السوق، تحديد سياسات التوزيع

5- **المجال العسكري:** رسم السياسات العسكرية، إيجاد خطط لزراعة الألغام، إيجاد الخطط لعمليات الهجوم والدفاع والانسحاب، استخدام امثل للمعدات والذخائر العسكرية، إيجاد خطط لبرامج التسليح، تنظيم العمليات الحربية، تنظيم التعاون بين الفروع المختلفة للقوات المسلحة.

6- **البنوك، المستشفيات، المكتبات، الفنادق، التعيين والتوظيف**

7- **المجالات الإدارية:**حيث يوفر هذا العلم المعلومات اللازمة لاتخاذ القرار المناسب في الوقت المناسب .

8- **مجال الإنتاج والتصنيع** والبيع وبأقل تكلفة ممكنة وأقل فاقد ممكن وأعلى ربح.

9- **مجالات التعيين وذلك** باختيار الشخص المناسب للوظيفة الملائمة.

10- **مجالات التخطيط من** خلال متابعة المشاريع وإعداد الخطط الزمنية لتنفيذ المشاريع المختلفة.

المواضيع الهامة في دراسة مساق بحوث العمليات:

1- التعريف بمفهوم بحوث العمليات والتطور التاريخي وحدود بحوث العمليات وأهم الأساليب الكمية المستخدم فيها.

2- معرفة صياغة مشكلة البرمجة الخطية وطريقة حلها باستخدام أسلوب الرسم البياني وأسلوب السمبلكس وذلك في حالة تعظيم الأرباح وتقليل التكاليف في البرمجة الخطية، النموذج المقابل.

3- التعرف علي عملية اتخاذ القرار وذلك من خلال دراسة حالات اتخاذ القرار وكيفية رسم شجرة القرارات.

4- استعراض أسلوب النقل واستخراج الحل المبدئي بالطرق الثلاث واختبار مثالية الحل باستخدام طريقة السير علي الحجر و التوزيع المعدلة.
5- استعراض لنموذج التخصيص وطرق حل هذا النموذج وحالات خاصة في مشكلة النموذج.
6- معرفة تحليل شبكات الأعمال من خلال أسلوب المسار الحرج وأسلوب بيرت وذلك برسم تلك الشبكة وتحديد أقل وقت يلزم لإتمام المشروع وكيفية تخفيض وقت الإتمام والتكاليف.
7- التعرف علي نظرية صفوف الانتظار من خلال معرفة النماذج الرياضية لصفوف الانتظار.

وظائف بحوث العمليات:

1. تسهيل عملية اتخاذ القرارات ومساعدة المدراء ولكن ليس إحلال الحلول محلهم
2. توفير حلول لمختلف المشاكل الإدارية
3. تعتبر أداه فعالة في مجال البحث العلمي في ميادين إدارة الأعمال
4. تساعد في تخصيص الموارد بشكل فاعل على الاحتياجات الكثيرة
5. المساعدة في اختيار الاستراتيجيات المختلفة في الإنتاج والتسويق والتمويل
6. المساعدة في تخفيض التكاليف في كثير من القرارات الإدارية
7. يوفر أداه مهمة لدراسة ردود الفعل وتحليل الحساسية للكثير من القرارات المتخذة

أنواع نماذج بحوث العمليات:

1. البرمجة الخطية Linear programming
2. الطريقة البيانية Graphic method
3. الطريقة المبسطة Simplex Method
4. النقل Transportation
5. التعيين Assignment
6. التحليل الشبكي Network analysis

7. نظرية صفوف الانتظار Queuing theory
8. نظرية وشجرة القرارات Decision & tree Theory

تعريف النموذج:

هو عبارة عن تصوير معين للظاهرة قيد الدراسة على شكل مجموعة من العلاقات الرياضية (النموذج الرياضي أو الإحصائي) أو بشكل جداول قرارات أو بشكل بياني أو مادي.

وهو محاكاة **Simulation** (تقليد) أو تقريب الواقع من خلال علاقات مفترضة وملحوظة.

ويبنى النموذج لتحديد العلاقة بين المتغيرات والمعالم الموجودة في الظاهرة التي تجري دراستها.

ويستخدم النموذج لاختبار الفرضيات والحلول المختلفة ومعرفة تأثيراتها المحتملة.

أنواع النماذج التي تستخدمها بحوث العمليات:

- **النماذج الرياضية المحددة:** هي النماذج التي تتألف من عوامل ومتغيرات معروفة لدى متخذ القرار، أي أنها بمنأى عن المؤثرات الاحتمالية (داخلية كانت أم خارجية)، منها على سبيل المثال (نماذج البرمجة الخطية، النموذج المقابل، ونماذج النقل والتخصيص).

- **النماذج الرياضية الاحتمالية:** هي النماذج التي تتألف من عوامل ومتغيرات احتمالية غير واضحة لدى متخذ القرار، ويكون هذا النوع من النماذج عرضة للمؤثرات الداخلية والخارجية، منها على سبيل المثال (نماذج السيطرة على المخزون، نموذج صفوف الانتظار)

- **النماذج الرياضية الاستراتيجية:** هي النماذج التي يتم صياغتها من قبل متخذ القرار بناء على موقف معين، مُتخذ من قبل متخذ قرار آخر يعمل في نفس البيئة، ويطلق على الموقف المذكور (بالاستراتيجية) ويتسم هذا النوع من النماذج بالبساطة كون المنافسة

بموجبه تتم بين اثنين فقط من متخذي القرار، ومنها على سبيل المثال (نظرية المباريات)

- **النماذج الرياضية الإحصائية والمحاسبية:** لهذا النوع من النماذج الرياضية استخدامات ثابتة معروفة، وتتسم بالبساطة والصفة الخطية، منها على سبيل المثال
  في حالة النماذج الإحصائية (مؤشر الوسط الحسابي، الانحراف المعياري، الارتباط والانحدار).
  في حالة النماذج المحاسبية والمالية (مؤشر الفائدة البسيطة والمركبة، أقساط الاندثار، حساب الخسائر والمتاجرة)

ما هي معايير التصنيف للنماذج؟

1. النموذج الوظيفي: وصفي، تنبؤي، معياري
2. طبيعة النموذج: مجسم، مناظر، رمزي
3. أبعاد النموذج: ذو بعدين، ذو أبعاد متعددة
4. حركية النموذج: ساكن، ديناميكي
5. درجة التأكد في النموذج: تأكد تام، مخاطرة، عدم تأكد، نزاع
6. درجة العمومية: عام، متخصص
7. العلاقة مع البيئة المحيطة: مفتوح، مغلق
8. إمكانية القياس الكمي:
   كمي: إحصائي، أمثلية: تحليلية، إجرائية، اجتهادية، محاكاة
   كيفي: عقلاني، لفظي

تعريف النموذج الرياضي:

عرض الهدف والمتغيرات من خلال ربط الهدف بمجموعة من المتغيرات ويتم عرض الهدف على شكل دالة اقتران دالة لمجموعة من المتغيرات

ماذا يلزم لبناء نموذج رياضي؟

1- تحديد أهم عناصر المشكلة

2- التعبير عنها بشكل وصفي كمي

مكونات النموذج الرياضي:

1- **دالة الهدف Objective Function:** تعتمد على مجموعة من المتغيرات

2- **القيود Constraints:** مجموعة من القيم يتم فرضها على المتغيرات او بعض المتغيرات وذلك باستخدام العلاقات الرياضية

صياغة النموذج الرياضي:

تعتمد عملية صياغة النموذج الرياضي على الخطوات التالية:

1. **تهيئة البيانات الضرورية للنموذج:** هو عملية تلخيص البيانات وعرضها بما ينسجم مع طبيعة المشكلة المدروسة، ويتم ذلك من خلال تصميم الجداول والأشكال البيانية. (جداول البيانات الإحصائية)
2. **تحديد الهدف المطلوب تحقيقه:** ينطوي الهدف المطلوب تحقيقه من قبل متخذ القرار في منظمات الأعمال، على ما يلي:
   - تحقيق أكبر قدر ممكن من الأرباح أو العوائد الكلية.
   - تحقيق أقل قدر ممكن من الخسائر أو التكاليف الكلية.
3. **تحديد المتغيرات القرارية:** يستند النموذج الرياضي على تحديد المتغيرات وتعريفها، كأن تكون متغيرات أساسية، أو متغيرات غير أساسية، والتي تسمى أحياناً بالمتغيرات القرارية، وتكون هذه المتغيرات على ثلاثة أنواع هي: متغيرات قراريه X_1 X_2 X_3.
4. **تحديد القيود وعلاماتها الرياضية:** وهي تلك المتغيرات التي بإمكانها الحد من تحقيق الهدف وهي عدة أنواع منها:

- قيود الموارد المادية: مثل محدودية المواد الخام اللازمة للإنتاج.
- القيود الزمنية: مثل القيود الزمنية المتعلقة باستخدام المكائن والآلات، أو تلك المتعلقة باستخدام الموارد البشرية.
- القيود المالية: وهي تلك المتعلقة بالأموال المخصصة للعمليات المختلفة.
- قيود الكميات المطلوبة: وهي تلك المتعلقة بتعاقدات منظمات الأعمال والتزاماتها.
- قيود منطقية: وهي تلك المتعلقة بطبيعة المتغيرات القرارية، التي ينبغي أن تكون بمواصفات معينة، وهي نوعين:

أولا: قيود عدم السلبية: وتكون جميع قيم المتغيرات القرارية X_j موجبة، بموجب هذا النوع من القيود، أي أن ($X_{j \geq 0}$)، وإن ($j = 1,2,\ldots, n$)، مثال ذلك كميات الإنتاج.

ثانيا: قيود الأعداد الصحيحة: تكون جميع قيم المتغيرات القرارية X_j ذات أعداد صحيحة ولا تأخذ الأعداد الكسرية، مثال ذلك (عدد الجامعات، عدد الطائرات).

وفي ضوء ذلك، ينبغي أن يكون لهذه القيود (علامات رياضية) واضحة ترتبط بنوع المشكلة المدروسة، وتكون هذه العلامات على أشكال عدة، هي:

- **علامة أقل من أو يساوي** (≤): تستخدم هذه العلامة عندما تكون القيود متعلقة باستخدام (الموارد المادية، الموارد الزمنية، الموارد المالية) وينبغي على متخذ القرار في هذه الحالة استخدام أقل ما يمكن من هذه الموارد.
- **علامة أكبر من أو يساوي** (≥): تستخدم هذه العلامة عندما تكون القيود متعلقة (بإغراق السوق بالمنتجات، أو الإيفاء بمتطلبات السوق التنافسية) حيث ينبغي على متخذ القرار في هذه الحالة الاستحواذ على أكبر حصة سوقية ممكنة.
- **علامة المساواة** (=): تستخدم علامة المساواة عندما تكون القيود في هيئة (عقود، التزامات مع جهات خارجية) ينبغي على منظمات الأعمال طرح كميات محددة من الإنتاج دون زيادة ولا نقصان للإيفاء بالتزاماتها

ملاحظة:

اغلب النماذج المتعلقة في المنظمات التجارية والصناعية نماذج رياضية لان معلوماتها مؤكدة لمشاكل واقعية

خطوات تطبيق بحوث العمليات:

يمر تطبيق بحوث العمليات بعدة مراحل هي:

1. **تحديد المشكلة وتعريفها:** هو التشخيص الدقيق للمشكلة ومحاولة تصنيفها ضمن إحدى المشكلات المعروفة كأن تكون مشكلة إنتاج، أو تسويق، أو تخزين.... الخ. مثال: انخفاض الأرباح ليس هو المشكلة بحد ذاته بل هو نتيجة لوجود مشكلة معينة قد تكون بالإنتاج ومواصفات المنتج، أو تسويق المنتج أو غيره.
2. **صياغة (بناء) النموذج:** هو تمثيل لمكونات المشكلة المدروسة، وتحديد العوامل المؤثرة فيها والظروف المحيطة بها وأسلوب الربط بينهما.
3. **حل النموذج:** هو إيجاد مجموعة قيم متغيرات القرار التي من خلالها يتم التوصل إلى الحل الممكن للمشكلة المدروسة.
4. **تجربة حل النموذج:** الهدف من تجربة حل النموذج هو التحقق من دقة النتائج المحصلة عليها من تطبيق النموذج وثبوت صلاحيته، إذ يتم ذلك من خلال استمرار الثبات والاستقرار وعدم التغير لقيم المتغيرات غير المسيطر عليها.
5. **تنفيذ حل النموذج:** هو وضع الحل المقترح للنموذج موضع التطبيق ومتابعة تطبيقه، للتأكد من صلاحية النموذج من عدمه، وهذا يعني تحويل النموذج المفاهيم إلى النموذج العملي في العالم الحقيقي والواقعي.
6. **تحسين النموذج:** هو إدخال التعديلات الضرورية في حال ثبوت حاجة النموذج للتعديل في مرحلة التنفيذ، بهدف تحقيق النتائج المطلوبة من تطبيقه بما ينسجم وحالة الواقع.

عناصر مشكلة اتخاذ القرارات:

1- الهدف: Objective

وهي النتيجة النهائية التي يجب الوصول إليها إما تعظيم الربح أو تقليل التكاليف.

2- المتغيرات:Variables

العناصر التي تفرض قيودا معينة على الحل مثل:

المواد الأولية الداخلية في إنتاج المادة المعينة، الأسعار، الكميات المتوفرة، ساعات التشغيل، الموارد المتاحة.

استخدام تقنية المعلومات:

يتطلب تطبيق بحوث العمليات تجميع كميات كبيرة جداً من البيانات وتنظيمها وتحليلها وإجراء عمليات رياضية كثيرة ومعقدة عليها.

وهذا يستدعي استخدام برامج محسوبة لمعالجة مثل هذه العمليات

أنواع التطبيقات الحاسوبية على استخدام بحوث العمليات:

<u>من البرامج الحاسوبية التطبيقية باللغة الانجليزية:</u>

- <u>QM WIN</u>
- <u>TORA</u>
- <u>ARENA</u>

الحل الأمثل: Optimum

يقصد بالحل الأمثل أفضل قيمة يجب أن تأخذها قيمة دالة الهدف اعتمادا على القيود المفروضة على المتغيرات إضافة إلى عوامل المتغيرات في دالة الهدف.

وتكون في الحالتين:

التعظيمMaximization

إيجاد أعلى قيمة دالة الهدف (تحديد ربح إنتاج مادة معينة)

التقليل Minimization

إيجاد اقل قيمة لدالة الهدف (تحديد اقل تكلفة لنقل مادة معينة)

الشروط الهامة لاستخدام التحليل الكمي لاتخاذ القرارات:

1- المشكلة معقدة Complex
2- المشكلة مهمة Important
3- المشكلة جديدة New
4- المشكلة متكررة Repetitive

ما المقصود بحل المشكلة؟

تشخيص الفرق بين الحالة الواقعة الحقيقية أو الأداء الفعلي وبين ما تم تخطيطه ومن ثم القيام بإجراء لحل هذا الاختلاف أو إزالة هذا الفرق.

القرارات الإدارية

مفهوم القرار الإداري:

هو المفاضلة بشكل واعي ومدرك بين مجموعة من البدائل والحلول المتاحة لمتخذ القرار لاختيار واحد منها باعتباره انسب وسيلة لتحقيق الهدف أو الأهداف التي يرغبها متخذ القرار

وحتى يكون القرار جيدا يجب أن تتوفر هذه المعلومات على جملة من الخصائص وهي:

1. الشمول: يجب أن تتصف المعلومات بالكمال الذي يفيد متخذ القرار .
2. الدقة: توفير المعلومات حسب طلب المستخدم والموضوع محل البحث.
3. التوقيت: ورود المعلومات في الوقت المناسب لاستخدامها في اتخاذ القرارات.
4. الوضوح: الدرجة التي تكون فيها المعلومات خالية من الغموض ومفهومة بشكل كبير لمستخدمها.
5. المرونـة: مدى قابلية المعلومات للتكيف بحيث يمكن استخدامها أكثر من مرة.
6. الموضوعية: أي أنها خالية من قصد التحريف أو التغيير لغرض التأثير على مستخدم المعلومات(arabic-military.com)

ما هي مراحل اتخاذ القرار؟

1- فترة التعرف على المشكلة = مرحلة الذكاء Intelligence Phase
2- فترة تصميم الحلول = إيجاد حل مناسب Design Phase
3- اختبار الحل الأمثل = التخمين والاختبار Choice Phase
4- تنفيذ الحل = تطبيقه في الحياة العملية مباشرة Implementation Phase

ما هي أنواع القرارات؟

1- مبرمجة لمشكلة واضحة مؤكدة محددة روتينية مثل مشاكل الطلب والعرض

2- شبه مبرمجة لمشكلة ليست معلومة مثل توظيف شخص غير معروف لوظيفة محددة

3- غير مبرمجة لمشكلة غير واضحة عدم التأكد مثل التنبؤ في المبيعات

ما هي تصنيفات القرارات؟

1- تشغيلية من الإدارة الدنيا مثل الأنشطة اليومية الروتينية

2- تكتيكية من الإدارة الوسطى مثل أنشطة الأداء التنفيذي

3- إستراتيجية من الإدارة العليا مثل الأهداف والاستراتيجيات والخطط الطويلة

أمثلة لبعض المشكلات الإدارية:

مثال (1):

تصور أنك مسئول عن مشروع لبناء منزل كبير أو مدرسة أو غيرها من المشروعات.

ما هي المكونات الأساسية للأنشطة المختلفة لبناء هذا المشروع؟

حفر أساسات – تسوية الأرض – تهيئة الهياكل الحديدية – إعداد البنى الخشبية – تأمين الرمل والحجارة والاسمنت – وغيرها

فإذا علمت أن الوقت والموارد المالية لديك محدودة فما هي أفضل ا لطرق لتحقيق هدفك بإنجاز المشروع؟

هو استخدام الأسلوب العلمي في البناء من خلال الربط بين العناصر والمكونات لهذا المشروع، حيث يمكن استخدام ما يعرف بأساليب التخطيط الشبكي (شبكات الأعمال) وهي أحد أساليب بحوث العمليات.

مثال (2):

افترض أنك تملك مزرعة خاصة بك، وتفكر أن تستفيد من هذه المساحة خلال الموسم الزراعي القادم بحيث تحقق أكبر ربح ممكن، وأمامك عدد كبير من الخيارات (البدائل) لزراعة الأنواع المختلفة من الخضروات. ولنفترض أنك من خلال السنوات السابقة واثق من أن زراعة نوع معين (الفراولة مثلاً) سيحقق أكبر ربح ممكن نظراً لارتفاع أسعار بيعه. فهل ستزرع المساحة كلها بهذا الصنف؟ **مع افتراض أن حجم الطلب كبير على هذا الصنف ولن يتأثر بحجم إنتاجك منه؟ لا شك أنك ستفعل ولكن من المعروف أن زراعة الفراولة تتطلب كميات كبيرة من المياه وعدداً كبيراً من الأيدي العاملة وعلى افتراض أن هذين الموردين محدودين لديك. فماذا ستفعل** ؟؟ بالعودة إلى تعريف بحوث العمليات نجد أن هناك اختلاف في تعريف بحوث العمليات بالنسبة للمهنيين والمختصين في القطاعات المختلفة.

نجد أن أفضل حل لها باستخدام البرمجة الخطية.

الفصل الثاني

صياغه البرمجة الخطية Linear Programming Formulation

معنى كلمة برمجة:Programming

استخدام أسلوب منطقي وعلمي في تحليل المشكلة وعلاجها

معنى كلمة خطية:Linear

وجود علاقة ثابتة بين متغيرات أساسية داخلة في تركيب هدف دالة الهدف والقيود وتمثل بخط مستقيم

تعريف البرمجة الخطية:

تعتبر البرمجة الخطية من إحدى الأساليب الرياضية المهمة المستخدمة في ترشيد الموارد المتوفرة في عملية اتخاذ القرارات، وتبحث البرمجة الخطية في توزيع الموارد المحددة بين الاستخدامات البديلة ضمن إطار القيود والمحددات المفروضة لتحقق الأهداف المرجوة إما تعظيم الأرباح أو تقليل التكاليف.

وتعرف على أنها تعابير رياضية خطية(من الدرجة الأولى) تمثل بخط مستقيم ، يتم استخدامها لحل نموذج رياضي تشير إلى دالة الهدف، بمتغيرات أساسية، بقيود ومحددات معينة، وبشرط عدم سلبية المتغيرات.

مكونات البرمجة الخطية

1- وجود دالة الهدف محددة: Objective Function

(Maximization تعظيم الربح أو Minimization تقليل التكاليف)

2- وجود عدد معين من المتغيرات الأساسية: Basic Variables

وتشترط متغيرين فقط لكي يتم التعبير عنها بالمتغيرات الأساسية (x_1,x_2)

3- وجود قيود أو محددات: Constraints

يتم التعبير عنها بصورة متباينات بينها علاقة اقل من أو يساوي $\leq$

أو اكبر من ويساوي $\geq$

4- شرط عدم السلبية Non Negativity

وهذا عام وأساسي لجميع أنواع البرمجة الخطية $x_1,x_2 \geq zero$

أهداف نماذج البرمجة الخطية:

1. تعظيم الربح اكبر قيمة في الحل بعد اختبارها في دالة الهدف
2. تقليل التكاليف اقل قيمة في الحل بعد اختبارها في دالة الهدف

أشكال القيود

ويعبر عن القيود في شكل معادلات خطية ، وهي كما يلي:

1. متساوية : (=) Equality
2. متباينة : أقل من ($\leq$) Less Than Or Equal To
3. متباينة : أكبر من ($\geq$) More Than Or Equal To

كيفية صياغة النموذج الرياضي

1. إما أن تكون على هيئة مشكلة يتم دراستها كدراسة حالة Case Study
2. أو بيانات محدده في جدول
3. أو على شكل نموذج رياضي محدد به دالة الهدف والقيود

صياغة المشكلة

المشكلات التمثيلة غالبا ما تأتي في صورة كلامية، وتحدد طريقة الحل في تصوير المشكلة في شكل نموذج رياضي يعبر عن المشكلة، ومن ثم يحل هذا النموذج بالأساليب المختلفة.
ويمكن إتباع الخطوات التالية في بناء النموذج الرياضي.

1. حدد الكميات التي تحتاج إلى قيم مثلى. وعرفها كمتغيرات لتأخذ الرموز x1, x2,
2. عرف هدف المشكلة وعبر عنه رياضياً باستخدام المتغيرات .
3. حدد ومثل القيود في صورة متباينات وذلك باستخدام المتغيرات.
4. أضف إلى النموذج الرياضي شرط عدم السلبية (إن جميع المتغيرات يجب أن تكون اكبر من أو تساوي الصفر).

ما هي الخطوات الأساسية المتبعة عند صياغة مشكلة برمجية؟

1. عند ذكر كلمه مركبات أساسية هي المتغيرات الأساسية X1,X2
2. عند ذكر أقسام العمل مراحل الإنتاج خطوات العمل تعتبر عدد القيود كل منها قيد على حده
3. عند ذكر كلمة أرباح تعتبر دالة هدف ربح MAX
4. عند ذكر كلمة تكلفة تعتبر دالة هدف تكلفة MIN
5. عند ذكر كمية تحديد الإنتاج أو ساعات العمل هي الكميات في القيد التي توضع بعد إشارة المتباينة وتكتب باللغة الانجليزية
6. عند التأكد من عدد المتغيرات الأساسية إن كانا متغيرين أساسين فقط تحل بالطريقة البيانية أما إن كانا أكثر من متغيرين أساسين تحل بطريقة السمبلكس
7. دوما تكون إشارة المتباينات في حالة MAX تكون اقل من أو يساوي ≤ دائما
   أما في حالة MIN تكون اكبر من أو يساوي ≥ دائما
8. عند ذكر كلمة على الأكثر تكون إشارة المتباينة في القيد اقل من أو يساوي ≤
9. عند ذكر كلمة على الأقل تكون إشارة المتباينة في القيد اكبر من أو يساوي ≥
10. عند ذكر كلمة بالضبط، تماما، تحتوي فقط تكون إشارة القيد يساوي =

صياغة المشكلة البرمجية العملية في حالة تعظيم الأرباح

مثال تطبيقي (1):

مصنع الاسي لصناعة الأخشاب في مدينة غزة يصنع نوعين من الأخشاب:

الأول خشب زان بقشرة ميبل، والثاني سويد مطعم.

بحيث يستهلك الأول 8 ساعات في قسم التصنيع والصنفرة، و يستهلك 6 ساعات في قسم الدهان والورنيش

ويستهلك الثاني 7 ساعات في قسم التصنيع والصنفرة، و يستهلك 3 ساعات في قسم الدهان والورنيش.

ويعمل في المصنع عمال بواقع 10 ساعات يوميا في قسم التصنيع والصنفرة، و 8 ساعات في قسم الدهان والورنيش.

ويحقق النوع الأول ربحا بمقدار 200 دينار في المتر المكعب ويحقق الثاني 400 دينار في المتر المكعب

المطلوب: صياغة البرمجة الخطية والذي يعطي أعلى الأرباح؟

$$\text{MAX } Z = 200X_1 + 400X_2$$

$$\text{Subject to:} \quad 8X_1 + 7X_2 \le 10$$

$$6X_1 + 3X_2 \le 8$$

$$X_1,\ X_2 \ge 0$$

مثال تطبيقي(2)

تقوم شركة متخصصة في فن الديكور وأعمال الجبس بتشطيب برج سكني في مدينة غزة، وكان الالتزام المفروض على الشركة كالتالي:

إعداد تركيبين أساسين في الدهان و الجبس بحيث:

يحتاج التركيب الأول 4 ساعات من المادة الأولى، و 2 ساعة من المادة الثانية

ويحتاج التركيب الثاني إلى 3 ساعات من المادة الأولى و ساعة من المادة الثانية

بحيث يستهلك من الماد الأولى 500 جم، ومن المادة الثانية 600 وحدة

ويحقق التركيب الأول ربحا بمقدار 7000 دينار ويحقق التركيب الثاني 5000 دينار

المطلوب: صياغة البرمجة الخطية والذي يعطي أكبر ربح ممكن؟

$$\text{MAX } Z = 7000X_1 + 5000X_2$$

Subject to:

$$4X_1 + 3X_2 \leq 500$$

$$2X_1 + X_2 \leq 600$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

مثال تطبيقي(3)

تقوم شركة سطركو لصناعة المواد الكيماوية للمنظفات بصناعة مركب يستخدم في التنظيف يتكون من ثلاثة مركبات أساسية ويمر بثلاثة مراحل من التصنيع بحيث:

يحتاج المركب الأول في المرحلة الأولى 3 ساعات تصنيع وتركيب، والمرحلة الثانية 4 ساعات تحليل ومعايرة، والمرحلة الثالثة 5 ساعات تعبئة وتغليف.

و يحتاج المركب الثاني في المرحلة الأولى 6 ساعات تصنيع وتركيب، والمرحلة الثانية 2 ساعات تحليل ومعايرة، والمرحلة الثالثة 4 ساعات تعبئة وتغليف

يحتاج المركب الثالث في المرحلة الأولى 7 ساعات تصنيع وتركيب، والمرحلة الثانية 3 ساعات تحليل ومعايرة، والمرحلة الثالثة 2 ساعات تعبئة وتغليف

ويعمل في المصنع عمال بواقع 9 ساعات يوميا في قسم التصنيع والتركيب، و 8 ساعات في قسم التحليل والمعايرة، و 7 ساعات في قسم التعبئة والتغليف.

وعند قسم التسويق يحقق اللتر الواحد ربحا بمقدار 12 دينار للمركب الأول، و 14 دينار للمركب الثاني، و 16 دينار للمركب الثالث

المطلوب: صياغة البرمجة الخطية والذي يعطي أعلى الأرباح؟

$$\mathbf{MAX\ Z = 12X_1 + 14X_2 + 16X_3}$$

Subject to:

$$\mathbf{3X_1 + 6X_2 + 7X_3 \leq 9}$$
$$\mathbf{4X_1 + 2X_2 + 3X_3 \leq 8}$$
$$\mathbf{5X_1 + 4X_2 + 2X_3 \leq 7}$$
$$\mathbf{X_1, X_2, X_3 \geq 0}$$

مثال تطبيقي (4)

ينتج مصنع العودة نوعين من السلع: الأول بسكويت، والثاني شوكولاته. بحيث:

يحتاج الأول 4 ساعات في قسم التصنيع، و 2ساعة في قسم التغليف

ويحتاج لثاني 5 ساعات في قسم التصنيع ، و 3 ساعات في قسم التغليف.

ويعمل في المصنع عمال بواقع 8 ساعات يوميا في قسم التصنيع ، و 3 ساعات في قسم التغليف

ويحقق النوع الأول ربحا بمقدار 10 دينار للوحدة الواحدة ويحقق الثاني 30 دينار للوحدة الواحدة

المطلوب: صياغة البرمجة الخطية والذي يعطي أعلى الأرباح؟

$$\text{MAX } Z = 10X_1 + 30X_2$$

$$\text{Subject to:} \quad 4X_1 + 5X_2 \leq 8$$

$$2X_1 + 3X_2 \leq 3$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

مثال تطبيقي (5):

شركة الفخامة لصناعة الأثاث المنزلي تصنع ثلاثة أنواع من الأثاث:(طاولات، كراسي، كنب)

النوع	الطاولات	الكراسي	الكنب	المورد
مواد أولية	30	20	30	120
ساعات عمل	2	2	1	9
الآلات	4	6	4	24
الربح المحقق	10	8	12	

المطلوب: صياغة البرمجة الخطية والذي يعطي أعلى الأرباح؟

$$\text{MAX } Z = 10X_1 + 8X_2 + 12X_3$$

$$\begin{aligned} \text{Subject to:}\quad & 30X_1 + 20X_2 + 30X_3 \leq 120 \\ & 2X_1 + 2X_2 + X_3 \leq 9 \\ & 4X_1 + 6X_2 + 4X_3 \leq 24 \\ & X_1, X_2, X_3 \geq 0 \end{aligned}$$

مثال تطبيقي(6):

شركة دادر للملابس الرجالية يبيع منتجين من الملابس الرجالية:

المنتج	القسم الأول	القسم الثاني	القسم الثالث	الربح
بدل رجالي	**4\1**	**4\1**	**2\1**	**12**
ملابس كاجول	**2\1**	**6\1**	**4\3**	**10**
المورد	**200**	**150**	**500**	------

المطلوب: صياغة البرمجة الخطية والذي يعطي أعلى الأرباح؟

$$\mathbf{MAX\ Z = 12X_1 + 10X_2}$$

Subject to:

$$0.25X_1 + 0.5X_2 \leq 200$$

$$0.25X_1 + 0.16X_2 \leq 150$$

$$0.5X_1 + 0.75X_2 \leq 500$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

مثال تطبيقي(7)

شــركة جريكــو لإنتــاج الميــاه المعدنيــة تضــع محلــولين أساســين عنــد تصــنيع الميــاه (معقم، ومحلي طعم):

المنتج	المحلول الأول	المحلول الثاني	الربح
المادة الأولى	15	14	2
المادة الثانية	12	11	3
المورد	200مل	150مل	------

المطلوب: صياغة البرمجة الخطية والذي يعطي أعلى الأرباح؟

$$\text{MAX } Z = 2X_1 + 3X_2$$

Subject to:

$$15X_1 + 14X_2 \le 200$$
$$12X_1 + 11X_2 \le 150$$
$$X_1, X_2 \ge 0$$

مثال تطبيقي(8)

شركة بانياس لصناعة العصائر المعلبة تستخدم في إنتاج العصائر ثلاثة مركبات أساسية ويمر العصير بأربع مراحل تصنيع:

المنتج	الأول	الثاني	الثالث	المورد
المرحلة 1	3	2	1	50
المرحلة 2	1	1	1	20
المرحلة 3	4	3	3	30
المرحلة 4	6	5	1	40
الأرباح	1	3	2	------

المطلوب: صياغة البرمجة الخطية والذي يعطي أعلى الأرباح؟

$$\textbf{MAX } Z = X_1 + 3X_2 + 2X_3$$

Subject to:

$$3X_1 + 2X_2 + X_3 \leq 50$$
$$X_1 + X_2 + X_3 \leq 20$$
$$4X_1 + 3X_2 + 3X_3 \leq 30$$
$$6X_1 + 5X_2 + X_3 \leq 40$$
$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

مثال تطبيقي(9):

ضع المشكلة الآتية بشكل صياغة نموذج رياضي يمكن حل بنموذج البرمجة الخطية:

مصنع اليازجي للمشروبات الغازية يصنع نوعين من المشروبات المشروب الأول ستار والمشروب الثاني مكة كولا، بحيث يستهلك الأول 4 ساعات تشغيل في قسم التصنيع و5 ساعات في قسم التغليف،

والثاني يستهلك 5 ساعات في قسم التصنيع و3 ساعات في قسم التغليف، بحيث الأول يحقق ربح 25 دينار والثاني 35 دينار.

ويعمل العمال في المصنع بواقع 8 ساعات يوميا في قسم التصنيع و15 ساعات في قسم التغليف على الأكثر.

النوع	الأول	الثاني	عدد ساعات العمل
قسم التصنيع	4	5	8
قسم التغليف	5	3	15
الأرباح	25	35	-------

<u>المطلوب:</u> صيغ المشكلة الآتية بنموذج رياضي تعظيم الأرباح Max

الحل: **نفرض أن النوع الأول X_1 النوع الثاني X_2**

$$\text{Max } Z = 25X_1 + 35X_2$$

Subject to:

$$4X_1 + 5X_2 \le 8$$

$$5X_1 + 3X_2 \le 15$$

$$X_1 \ge 0, X_2 \ge 0$$

مثال تطبيقي (10):

استلمت شركة بيرزيت الدوائية طلبا لصناعة مركب دوائي يتكون من ثلاثة مركبات أساسية، حيث يمر الدواء بثلاثة مراحل من التصنيع:

النوع	الأول	الثاني	الثالث	الموارد
المرحلة 1	3	2	4	80
المرحلة 2	1	5	1	70
المرحلة 3	5	4	6	90
الأرباح	3	4	2	-------

المطلوب: اكتب برمجة خطية للحالة الدراسية الآتية لتحقق اكبر ربح ممكن؟

الحل: نفرض أن النوع الأول X_1 النوع الثاني X_2 النوع الثالث X3

Objective function:

$$MAX\ Z = 3X_1 + 4X_2 + 2X_3$$

constraints

Subject to:

$$3X_1 + 2X_2 + 4X_3 \leq 80$$
$$X_1 + 5X_2 + X_3 \leq 70$$
$$5X_1 + 4X_2 + 6X_3 \leq 90$$

Non negative

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

مثال تطبيقي(11):

تقوم شركة ومطابع المنصور في مدينة غزة بإنتاج ثلاثة أنواع أساسية من الدفاتر المدرسية وهي: (دفتر كتابة، نوته ملاحظات، دفتر رسم) بحيث يمر بثلاثة مراحل من الإنتاج:

يحتاج النوع الأول إلى: 3 ساعات من الآلة الإنتاجية، و 4 ساعات من العمل اليدوي، بدون استيعاب أي وحدة في السوق

يحتاج النوع الثاني إلى: 4 ساعات من الآلة الإنتاجية، و 5 ساعات من العمل اليدوي، باستيعاب 13 وحدة في السوق

يحتاج النوع الثالث إلى: 3 ساعات من الآلة الإنتاجية، و ساعتين من العمل اليدوي، باستيعاب 12 وحدة في السوق

ولإتمام عملية إنتاج هذه الدفاتر لابد من استخدام اله إنتاجية وقتها المتاح على الأكثر 24 ساعة في اليوم، وعدد معين من ساعات العمل اليدوية بوقت متاح على الأكثر 16 ساعة في اليوم، والكمية التي يستوعبها السوق على الأقل 200 وحدات متاحة

فإذا علمت أن: الربح المحقق من بيع النوع الأول = 12,5 دينار، والثاني = 14 دينار، والثالث 10 دينار

المطلوب: صيغ نموذج برمجة خطية للمشكلة السابقة؟

$$\text{MAX } Z = 12.5X_1 + 14X_2 + 10X_3$$

Subject to:

$$3X_1 + 4X_2 + 3X_3 \leq 24$$

$$4X_1 + 5X_2 + 2X_3 \leq 16$$

$$13X_2 + 12X_3 \geq 200$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

مثال تطبيقي(12):

تقوم شركة بدري وهنية في مدينة غزة بإنتاج ثلاثة أنواع أساسية من القهوة وهي:

(شقراء، غامقة، عربية) بحيث يمر بثلاثة مراحل من الإنتاج:

يحتاج النوع الأول إلى: 2 ساعات من الآلة الإنتاجية، و ربع ساعة تعبئة، باستيعاب وحدة في السوق

يحتاج النوع الثاني إلى: 3,5 ساعات من الآلة الإنتاجية، و نصف ساعة تعبئة، باستيعاب 17 وحدة في السوق

يحتاج النوع الثالث إلى: 1 ساعة من الآلة الإنتاجية، و ساعة من تعبئة، باستيعاب 18 وحدة في السوق

ولإتمام عملية إنتاج القهوة لابد من استخدام اله إنتاجية وقتها المتاح على الأكثر 14 ساعة في اليوم، وعدد معين من التعبئة بوقت متاح على الأكثر 10 ساعات في اليوم، والكمية التي يستوعبها السوق على الأقل 2500 وحدة متاحة

فإذا علمت أن: الربح المحقق من بيع النوع الأول = 2.5 دينار، والثاني = 1.5 دينار، والثالث 0.5 دنانير

المطلوب: صيغ نموذج برمجة خطية للمشكلة السابقة؟

$$\mathbf{MAX\ Z = 2.5X_1 + 1.5X_2 + 0.5X_3}$$

$$\begin{aligned}
\textbf{Subject to:}\quad & \mathbf{2X_1 + 3.5X_2 + X_3 \le 14} \\
& \mathbf{0.25X_1 + 0.5X_2 + X_3 \le 10} \\
& \mathbf{X_1 + 17X_2 + 18X_3 \ge 2500} \\
& \mathbf{X_1, X_2, X_3 \ge 0}
\end{aligned}$$

مثال تطبيقي(13):

يقوم مصنع العودة في مدينة دير البلح بإنتاج ثلاثة أنواع أساسية من المنتجات وهي: (شوكلاتة، بسكويت، شيبسي) بحيث يمر بثلاثة مراحل من الإنتاج:

يحتاج النوع الأول إلى: 3,5 ساعات من الآلة الإنتاجية، و 4 ساعات من التغليف، بدون استيعاب أي وحدة في السوق

يحتاج النوع الثاني إلى: 5 ساعات ونصف من الآلة الإنتاجية، و 5 ساعات ونصف من التغليف، باستيعاب 130 وحدة في السوق

يحتاج النوع الثالث إلى: ساعة من الآلة الإنتاجية، وساعة من التغليف، باستيعاب 120 وحدة في السوق

ولإتمام عملية إنتاج هذه المنتجات لابد من استخدام اله إنتاجية وقتها المتاح على الأكثر 7 ساعات في اليوم، وعدد معين من التغليف بوقت متاح على الأكثر 5 ساعات في اليوم، والكمية التي يستوعبها السوق على الأقل 500 وحدة متاحة

فإذا علمت أن: الربح المحقق من بيع النوع الأول = 2 دينار، والثاني = 0.5 دينار، والثالث 1.75 دينار

المطلوب: صيغ نموذج برمجة خطية للمشكلة السابقة؟

$$\text{MAX } Z = 2X_1 + 0.5X_2 + 1.75X_3$$

$$\text{Subject to:} \quad 3.5X_1 + 5.5X_2 + X_3 \le 7$$

$$4X_1 + 5X_2 + X_3 \le 5$$

$$130X_2 + 120X_3 \ge 500$$

$$X_1, X_2, X_3 \ge 0$$

صياغة المشكلة في حالة تقليل التكاليفMin

مثال تطبيقي(14)

تقوم إحدى الشركات بإنتاج أنواع مختلفة من الأسمدة الزراعية فإذا وردت إلى الشركة طلبيه للحصول على 24000 كيلوغرام من أسمدة معينة.

ويتكون هذا النوع من الأسمدة من ثلاثة مركبات هي A، B، C، والمواصفات المطلوبة لذلك السماد كما وردت في الطلبية مبينة كما يلي:

1. يجب أن يحتوي السماد على الأقل 6000 كيلو غرام من المركب B.
2. يجب أن لا يحتوي السماد على الأكثر من 8000 كيلو غرام من المركب A.
3. يجب أن يحتوي السماد على الأقل 4000 كيلو غرام من المركب C.

وإذا علمت أن كلفة الكيلو غرام من المركب A تساوي 4 دينار، وكلفة الكيلو غرام من المركب B تساوي 6 دينار، وكلفة الكيلو غرام من المركب C تساوي 8 دينار.

المطلوب: صياغة البرمجة الخطية والذي يعطي اقل التكاليف؟

$$\text{MIN } Z = 4A + 6B + 8C$$

$$\begin{aligned} \text{Subject to:} \quad & A + B + C = 24000 \\ & B \geq 6000 \\ & A \leq 8000 \\ & C \geq 4000 \\ & A, B, C \geq 0 \end{aligned}$$

مثال تطبيقي(15):

تقوم مزرعة دجاجكو بتربية وبيع الدجاج، وقد دلت التجارب على أن أفضل طريقة لتغذية الدجاج هي بخلط نوعين من الأعلاف الأولية يحتويان على المواد المقوية اللازمة لتغذية الدجاج، وهي علف رقم **ع105، ع205** ، وذلك لتوفير المواد الأساسية المقوية لنموها، حيث يتكون العلف الأول من مادتين والثاني من ثلاثة مواد، وذلك كما يلي:

يتكون العلف **رقم ع105** من مادة **ب1** بواقع **20** غرام للوحدة، ومن مادة **ب2** بواقع **10** غرامات للوحدة.

بينما يتكون العلف رقم **ع205** من ثلاثة مواد هي **:ب1** بواقع **10** غرامات للوحدة، ومادة **ب2** بواقع **10** غرام، ومادة **ب3** بواقع **10** غرامات للوحدة الواحدة.

وتحتاج الدجاجة الواحدة في خليط الأعلاف على الأقل إلى **100**، **80**، **40**، غرام من المادة **ب1، ب2، ب3** على التوالي في الشهر الواحد.

ويكلف كيلو غرام العلف رقم **ع105 عشرة دولار**، بينما رقم **ع205** يكلف الكيلو غرام منه **12 دولار**.

المطلوب: صياغة البرمجة الخطية والذي يعطي اقل التكاليف؟

$$\text{MIN } Z = 10A + 12B$$

$$\begin{aligned} \text{Subject to:} \quad & 20A + 10B \geq 100 \\ & 10A + 10B \geq 80 \\ & 10B \geq 40 \\ & A, B \geq 0 \end{aligned}$$

مثال تطبيقي(16):

مصنع النهضة الحديثة لصناعة حجر البلوك والحصمة حيث يحتوي الحجر على 3 مركبات أساسية وهي (حصمة ، اسمنت، رمل) بحيث:

يحتاج المركب الأول في 6 طن من الحصمة و7 طن من الاسمنت و 8 طن من الرمل،

و يحتاج المركب الثاني 15 طن من الحصمة و17 طن من الاسمنت و 19 طن من الرمل،

يحتاج المركب الثالث 3 طن من الحصمة و5 طن من الاسمنت و 7 طن من الرمل،

فإذا علمت أن الحجر الكامل يحتاج إلى 50 طن من الحصمة و70 طن من الاسمنت و 90طن من الرمل،

وكان تكلفة الحجر من المركب الأول 700 دينار، و للمركب الثاني 800 دينار، و للمركب الثالث 900 دينار

المطلوب: صياغة البرمجة الخطية والذي يعطي اقل التكاليف؟

$$\mathbf{MIN\ Z = 700X_1 + 800X_2 + 900X_3}$$

Subject to:

$$6X_1 + 15X_2 + 3X_3 \geq 50$$
$$7X_1 + 17X_2 + 5X_3 \geq 70$$
$$8X_1 + 19X_2 + 7X_3 \geq 90$$
$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

مثال تطبيقي(17):

في مصنع لصناعة الأثاث الحديث والمفروشات حصلت طلبا على الحصول لأثاث حديث يساوي 1500 طن من خليط يحتوي على ثلاث مركبات بمواصفات وشروط محددة وهي:

يجب ألا يحتوي الخليط على الأكثر من 600 طن من المركب الأول

يجب ألا يحتوي الخليط على الأقل 700 طن من المركب الثاني

يجب ألا يحتوي الخليط على الأقل 500 طن من المركب الثالث

فإذا علمت أن تكلفة الطن الواحد: من المركب الأول = 150 دينار، والمركب الثاني = 250 دينار، والمركب الثالث = 350 دينار

المطلوب: صياغة البرمجة الخطية والذي يعطي اقل التكاليف؟

$$MIN\ Z = 150X_1 + 250X_2 + 350X_3$$

Subject to:

$$X_1 + X_2 + X_3 = 1500$$
$$X_1 \leq 600$$
$$X_2 \geq 700$$
$$X_3 \geq 500$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

مثال تطبيقي(18)

سماد نباتي مركب من ثلاثة أنواع أساسية يدخل في تركيبه أربعة مكونات:

النوع	المكون الأول	المكون الثاني	المكون الثالث	المكون الرابع	التكلفة
الأول	10	12	11	6	150
الثاني	7	5	10	4	130
الثالث	5	3	9	3	120
الموارد	50	40	60	30	-------

المطلوب: صياغة البرمجة الخطية والذي يعطي أقل تكلفة؟

$$\text{MIN } Z = 150X_1 + 130X_2 + 120X_3$$

$$\text{Subject to:} \quad 10X_1 + 7X_2 + 5X_3 \geq 50$$

$$12X_1 + 5X_2 + 3X_3 \geq 40$$

$$11X_1 + 10X_2 + 9X_3 \geq 60$$

$$6X_1 + 4X_2 + 3X_3 \geq 30$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

مثال تطبيقي(19)

تقوم شركة الدهانات العربية بإنتاج أنواع مختلفة من الطلاء والدهانات فذا وردت للشركة طلبيه للحصول على يساوي 4000 كيلو من خليط يحتوي على ثلاث مركبات بمواصفات وشروط محددة وهي:

يجب ألا يحتوي الخليط على الأقل من 600 كيلو من المركب الأول

يجب ألا يحتوي الخليط على الأكثر 800 كيلو من المركب الثاني

يجب ألا يحتوي الخليط على الأقل 400 كيلو من المركب الثالث

فإذا علمت أن تكلفة الكيلو الواحد: من المركب الأول = 40 دينار، والمركب الثاني = 60 دينار، والمركب الثالث = 80 دينار

المطلوب: صياغة البرمجة الخطية والذي يعطي اقل التكاليف؟

$$\textbf{MIN } Z = 40A + 60B + 80C$$

$$\begin{aligned} \textbf{Subject to:} \quad & A + B + C = 4000 \\ & A \geq 600 \\ & B \leq 800 \\ & C \geq 400 \\ & A, B, C \geq 0 \end{aligned}$$

مثال تطبيقي(20):

حليب أطفال مركب من ثلاثة أنواع أساسية يدخل في تركيبه ثلاثة مركبات غذائية:

النوع	المركب الأول	المركب الثاني	المركب الثالث	التكلفة
الأول	1	3	0	10
الثاني	0	6	4	11
الثالث	1	2	0	12
الموارد	30 جم	33 جم	36جم	---------

المطلوب: صياغة البرمجة الخطية والذي يعطي أقل تكلفة؟

$$MIN\ Z = 10A + 11B + 12C$$

Subject to:

$$A + C \geq 30$$

$$3A + 6B + 2C \geq 33$$

$$4B \geq 36$$

$$A, B, C \geq 0$$

مثال تطبيقي(21):

تقوم كلية الإدارة والتمويل في جامعة الأقصى على قبول 600 طالب وطالبة في برنامج التجسير من الدبلوم إلى البكالوريوس و بمواصفات وشروط محددة وهي:

يجب ألا تحتوي قاعات الدراسة للطلبة في مبنى الجليل على الأقل من 40 طالبة في الشعبة

يجب ألا تحتوي قاعات الدراسة للطلبة في مبنى الجليل على الأكثر من 50 طالبة في الشعبة

يجب ألا تحتوي قاعات الدراسة للطلبة في مبنى الحرازين على الأقل من 60 طالب في الشعبة

يجب ألا تحتوي قاعات الدراسة للطلبة في مبنى الحرازين والجليل على الأكثر من 90 طالب وطالبة في اليوم بشرط عدم الاختلاط في اليوم

فإذا علمت أن تكلفة قبول الطالب للساعة الواحدة: للطلاب 15 دينار، والطالبات 15 دينار

المطلوب: صياغة البرمجة الخطية والذي يعطي اقل التكاليف؟

$$\text{MIN } Z = 15A + 15B$$

$$\begin{aligned} \text{Subject to:} \quad A + B &= 600 \\ B &\geq 40 \\ B &\leq 50 \\ A &\geq 60 \\ A &\leq 90 \\ B &\leq 90 \\ A, B &\geq 0 \end{aligned}$$

مثال تطبيقي(22):

في مصنع لصناعة الأسمدة والمركبات الحيوانية كان المركب المطلوب لغذاء حيواني مركب من ثلاثة أنواع أساسية وكل وحدة تتكون من 4 مركبات وهي (كريوهيدرات ، دهون، بروتين، فيتامين)

النوع	الأول	الثاني	الثالث	الموارد
كريوهيدرات	10	7	5	50
دهون	12	5	3	40
بروتين	11	10	9	60
فيتامين	6	4	3	30
التكلفة	150	130	120	--------

فإذا علمت أن الحيوان يحتاج 50 وحدة من الكربوهيدرات، و 40 وحدة من الدهون، و 60 وحدة من بروتين و 30 وحدة من فيتامين.

المطلوب: اكتب برمجة خطية للحالة الدراسية لتحقق اقل تكلفة ممكنة؟

الحل: **نفرض أن النوع الأول X_1 النوع الثاني X_2 النوع الثالث X3**

Objective function:

$$MIN\ Z = 150X_1 + 130X_2 + 120X_3$$

Subject to:

$$10X_1 + 7X_2 + 5X_3 \geq 50$$
$$12X_1 + 5X_2 + 3X_3 \geq 40$$
$$11X_1 + 10X_2 + 9X_3 \geq 60$$
$$6X_1 + 4X_2 + 3X_3 \geq 30$$
$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

مثال تطبيقي(23):

في مصنع لصناعة الأطعمة الخاصة بالحمية الغذائية طلبا للحصول على مركب غذائي صحي للبدائن يساوي 1400 كيلو كالوري من خليط يحتوي على ثلاث مركبات بمواصفات وشروط محددة وهي:

يجب ألا يحتوي الخليط الغذائي على الأكثر من 400 كيلو كالوري من المركب الأول فقط

يجب ألا يحتوي الخليط الغذائي على الأقل 200 كيلو كالوري من المركب الثاني فقط

يجب ألا يحتوي الخليط الغذائي على الأقل 150 كيلو كالوري من المركب الثالث فقط

فإذا علمت أن تكلفة الكيلو كالوري الواحد:

من المركب الأول = 2 دينار، والمركب الثاني = 3 دينار، والمركب الثالث = 4 دينار

النوع	الأول	الثاني	الثالث	الموارد
الخليط	1	1	1	1400
الخليط	1	0	0	400
الخليط	0	1	0	200
الخليط	0	0	1	150
التكلفة	2	3	4	--------

المطلوب: اكتب برمجة خطية للحالة الدراسية لتحقق اقل تكلفة ممكنة

الحل: نفرض أن النوع الأول X_1 النوع الثاني X_2 النوع الثالث X3

Objective function:

$$\text{MIN } Z = 2X_1 + 3X_2 + 4X_3$$

Subject to:

$$X_1 \leq 400$$
$$X_2 \geq 200$$
$$X_3 \geq 150$$
$$X_1 + X_2 + X_3 = 1400$$
$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

الامثلة الشاملة

السؤال الاول:

تقوم شركة سطركو لصناعة المنظفات والمواد الكيماوية في بإنتاج ثلاثة أنواع أساسية من المنظفات وهي:
(كلور، معطر، معقم) بحيث يمر بأربع مراحل من الإنتاج:
يحتاج النوع الأول إلى:
4ساعات من التركيب، و ساعة من المعايرة والتحليل، ونصف ساعة من التعبئة، باستيعاب 12وحدة في السوق
يحتاج النوع الثاني إلى:
13ساعة من التركيب، و نصف ساعة من المعايرة والتحليل، ونصف ساعة من التعبئة، باستيعاب خمس ثلاثين وحدات في السوق
يحتاج النوع الثالث إلى:
ساعتين ونصف من التركيب، و ساعة وربع من المعايرة والتحليل، و8.5 ساعات من التعبئة، باستيعاب ثلاث وستين وحدات في السوق
ولإتمام عملية إنتاج هذه المنتجات لابد من استخدام التركيب وقتها المتاح على الأكثر 14 ساعة في اليوم، وعدد ساعات معينة من المعايرة والتحليل على الأقل 6 ساعات في اليوم، وعدد معين من التعبئة بوقت متاح على الأكثر 5 ساعات في اليوم، والكمية التي يستوعبها السوق على الأقل 80 وحدة متاحة
فإذا علمت أن: الربح المحقق من بيع النوع الأول = 2.5 دينار، والثاني = 3.5 دينار، والثالث 4.5 دينار

<u>المطلوب:</u> اكتب برمجة خطية للحالة الدراسية السابقة؟

السؤال الثاني:

تقوم شركة الغفري لتجارة السيراميك والأدوات الصحية في بإنتاج أربعة أنواع أساسية من السيراميك وهي:

(بورسلان، كراميكا، بلاط ، شايش) بحيث يمر بأربع مراحل من الإنتاج:

يحتاج النوع الأول إلى:

4ساعات من التركيب، و 4 ساعات من التجميع، و نصف ساعة من التلميع، باستيعاب خمس وعشرين وحدة في السوق

يحتاج النوع الثاني إلى:

نصف ساعة من التركيب، ساعة ونصف من التجميع، 5.5 ساعات من التلميع، باستيعاب ثلاث وسبعين وحدة في السوق

يحتاج النوع الثالث إلى:

خمس ساعات من التركيب، و6ساعات من التجميع، و4 ساعات ونصف من التلميع، باستيعاب أربع وستين وحدات في السوق

يحتاج النوع الرابع إلى:

ست ساعات من التركيب، و9ساعات من التجميع، و9 ساعات ونصف من التلميع، باستيعاب خمس وستين وحدات في السوق

ولإتمام عملية إنتاج هذه المنتجات لابد من استخدام التركيب وقتها المتاح على الأكثر 24 ساعة في اليوم، وعدد ساعات معينة من التجميع على الأقل 8 ساعات في اليوم، وعدد معين من التلميع بوقت متاح على الأكثر سبع ساعات ونصف في اليوم، والكمية التي يستوعبها السوق على الأقل 1500 وحدة متاحة

فإذا علمت أن: الربح المحقق من بيع النوع الأول = 65 دينار، والثاني = 73 دينار، والثالث 80 دينار والرابع = 80 دينار

<u>المطلوب:</u> اكتب برمجة خطية للحالة الدراسية السابقة؟

الفصل الثالث

نماذج البرمجة الخطية Linear Programming Model

طرق حل نماذج البرمجة الخطية:

1. طريقة الرسم البيانيThe Graphical Method
2. طريقة الجبرية Algebraic Method
3. طريقة الصف البسيط السمبلكس The Simplex Method

طريقة الرسم البياني (Graphic Method)

تعتبر طريقة الرسم البياني لمسائل البرمجة الخطية من متغيرين أساسين فقط من الدرجة الأولى تمثل علاقة بخط مستقيم، في ظل وجود قيود وشرط عدم السلبية و(اختبار الأمثلية) الوصول للحل الأمثل.

الطريقة البيانية لحل مشاكل البرمجة الخطية Graphic Solution Of LP Problems

تعتبر طريقة الرسم البياني طريقة سهلة وبسيطة وواضحة في معالجة مشاكل البرمجة الخطية خاصة تلك المشاكل التي لا يزيد فيها عدد المتغيرات عن اثنين فقط والتي تحتوي على عدد بسيط من القيود.

كما تفيد طريقة الرسم البياني كمقدمة لدراسة طرق وأساليب أخرى أكثر تعقيدا في حل مشاكل البرمجة الخطية مثل السمبلكس

ملاحظات: علل لما يلي:

1. ما هو الهدف من الرسم البياني؟

تحديد منطقة الحلول الممكنة، وتحديد نقاط تقاطع المستقيمات.(القيود)

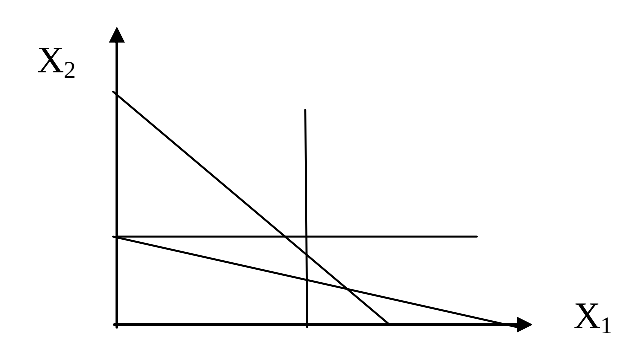
2. ما هو الهدف من إيجاد نقط التقاطع؟
نحل المعادلتين جبرياً بعد تحويل القيود المتباينات إلى معادلات. (لاستخدامها في الرسم)
3. ماذا نختار القيمة دالة الهدف؟
إذا كانت تعظيم الربح تأخذ اكبر قيمة موجودة
وإذا كانت تقليل التكاليف تأخذ اقل قيمة موجودة
(وبذلك يتم حل المشكلة واتخاذ القرار الاداري)

وعند إتباع أسلوب الرسم البياني يجب إتباع الخطوات التالية:
1. رسم المحور السيني والصادي(الجزء الموجب من كل منهما) لتحقيق شرط عدم السلبية
2. تحديد نقطتين لكل مستقيم (معادلة) بفرض مرة X1= ZERO ومرةX2= ZERO
3. رسم المستقيمات المعبرة عن المعادلات (القيود فقط)
4. تحديد منطقة الإمكانيات المتاحة وهذا هو هدف الرسم البياني
5. تعيين النقطة ضمن منطقة الإمكانيات المتاحة التي تعطي أفضل النتائج(أعلى عائد أو أقل تكلفة) وعادة تكون نقطة تقاطع مستقيمات وتكون في حالة تعظيم الأرباح أقرب ما يكون عن نقطة الأصل وتكون في حالة تقليل التكاليف أبعد ما يكون من نقطة الأصل

ماذا يفيد عن التوصل للحل الأمثل؟
بعد التعويض عنها في داله الهدف:
نجدها اكبر قيمة وفي دالة تعظيم الربح
واصغر قيمة في دالة تقليل التكاليف
نعوض عنها في معادلات القيود لكي نتأكد من الاستغلال الأمثل للموارد وبالتالي تحديد الفائض منها واتخاذ القرار الإداري السليم

اتجاه رسم المستقيم في التمثيل البياني:

1. إذا كان القيد اصغر من أو يساوي $\leq$ الأقرب إلى الصفر بالنسبة إلى X_1 إلى اليسار
2. إذا كان القيد اكبر من ويساوي $\geq$ الأبعد من الصفر بالنسبة إلى X_1 إلى اليمين
3. إذا كان القيد اصغر من أو يساوي$\leq$ الأقرب إلى الصفر بالنسبة إلى X2 إلى أسفل
4. إذا كان القيد اكبر من ويساوي $\geq$ الأبعد من الصفر بالنسبة إلى X2 إلى أعلى



لماذا نحول المتباينات إلى معادلات؟

لكي يسهل حلها وإيجاد نقط المستقيم وحلها جبريا

كيفية إيجاد نقط التقاطع:

حل المعادلتين المتقاطعتين جبريا لإيجاد نقطة التقاطع. اما بطريقة الحذف او طريقة التعويض التي تم دراستها سابقا في الرياضيات في الادارة

طريقة الحذف هي ضرب المعادلة بالمعكوس الجمعي لمعامل المتغير نفسة من المعادلة الاخرى وجمعها مع المعادلة الأخرى وايجاد قيمة المتغير الثاني ويتم التعويض بقيمة المتغير الثاني وايجاد قيمة المتغير الاول

طريقة التعويض: ايجاد قيمة المتغير بدلاله المعادلة كلها والتعويض عنها في المعادلة الاخرى ويتم التعويض بقيمة المتغير الثاني وايجاد قيمة المتغير الاول

النموذج الاول من البرمجة الخطية الرسم البياني

حالة وجود قيدين:

مثال تطبيقي(1):

اوجد الحل الامثل لنموذج البرمجة الخطية التالي:

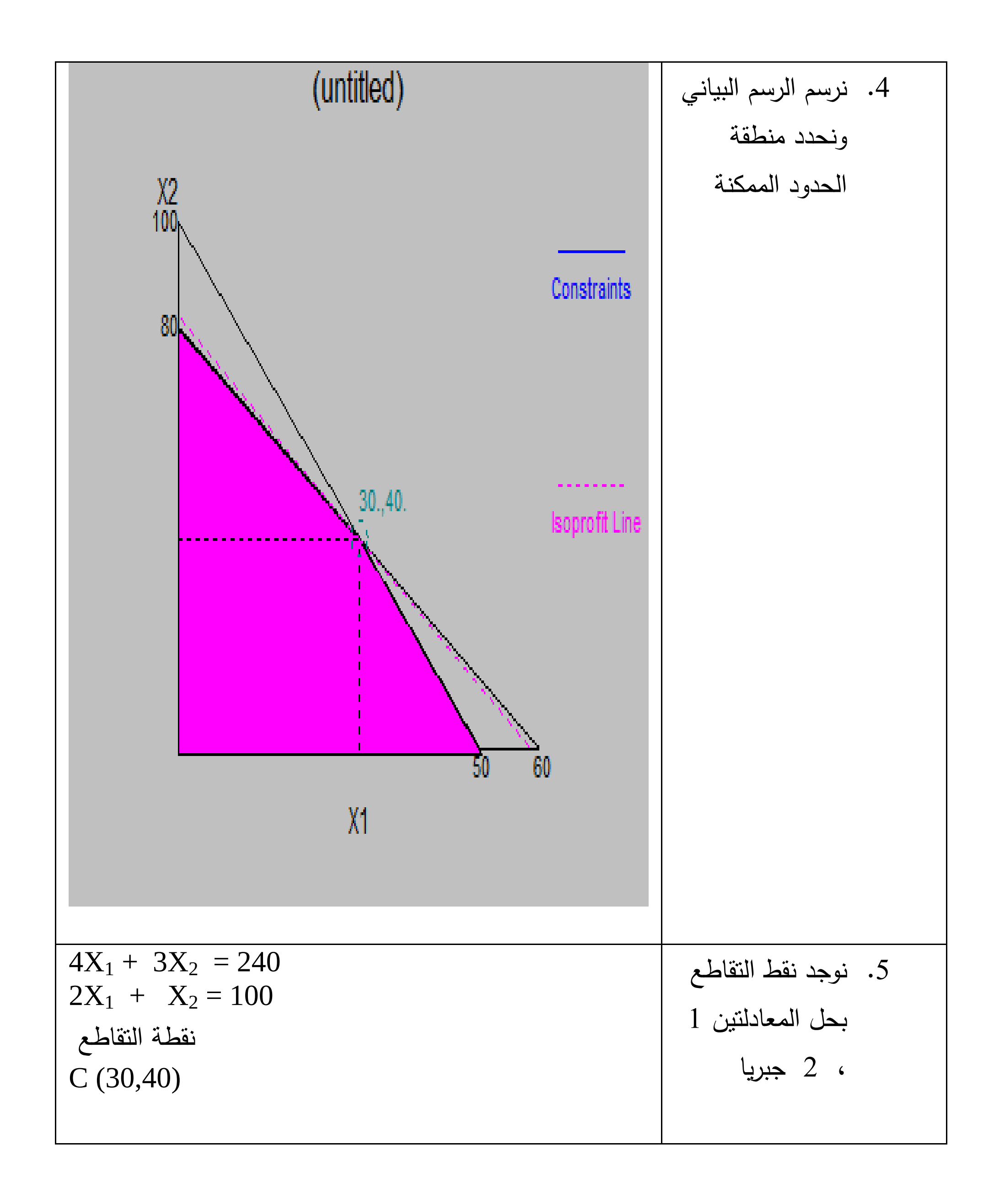
$$\text{MAX } Z = 7X_1 + 5X_2$$

$$\text{SUBJECT TO: } 4X_1 + 3X_2 \leq 240$$

$$2X_1 + X_2 \leq 100$$

$$X_1 , X_2 \geq 0$$

1. نحول المتباينات إلى معادلات	$4X_1 + 3X_2 = 240$ $2X_1 + X_2 = 100$
2. نوجد نقاط تقاطع المستقيمات بفرض كل مرة $X_1 = 0, X_2 = 0$ للقيد الأول	$4X_1 + 3X_2 = 240$ $X_1 = 0, X_2 = 0$ (0,80) (60,0)
3. بفرض كل مرة $X_1 = 0, X_2 = 0$ القيد الثاني	$2X_1 + X_2 = 100$ $X_1 = 0, X_2 = 0$ (0,100) (50,0)

الخطوة	
4. نرسم الرسم البياني ونحدد منطقة الحدود الممكنة	
5. نوجد نقط التقاطع بحل المعادلتين 1 ، 2 جبريا	$4X_1 + 3X_2 = 240$ $2X_1 + X_2 = 100$ نقطة التقاطع C (30,40)

6. اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

	النقطة	$Max\ Z = 7X_1 + 5X_2$	النتيجة
A	**0,0**	**7(0) + 5(0)**	**0**
B	**0,80**	**7(0) + 5(80)**	**400**
C	**30,40**	**7(30) + 5(40)**	**410**
D	**50,0**	**7(50) + 5(0)**	**350**

نلاحظ من اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

النقطة C تمثل الحل الأمثل

السبب : لأنها أعلى رقم تحقق أكبر ربح

ممكن ونعوض عنها في معادلات القيود لمعرفة الاستغلال الأمثل للموارد المتاحة

القرار الإداري:

يجب إنتاج 30 وحدة من المنتج الأول $X_1 = 30$

وإنتاج 40 وحدة من المنتج الثاني $X_2 = 40$

لكي يحقق أكبر ربح ممكن بمقدار 410 دينار $Z = \mathbf{410}$

مثال تطبيقي(2):

اوجد الحل الامثل لنموذج البرمجة الخطية التالية:

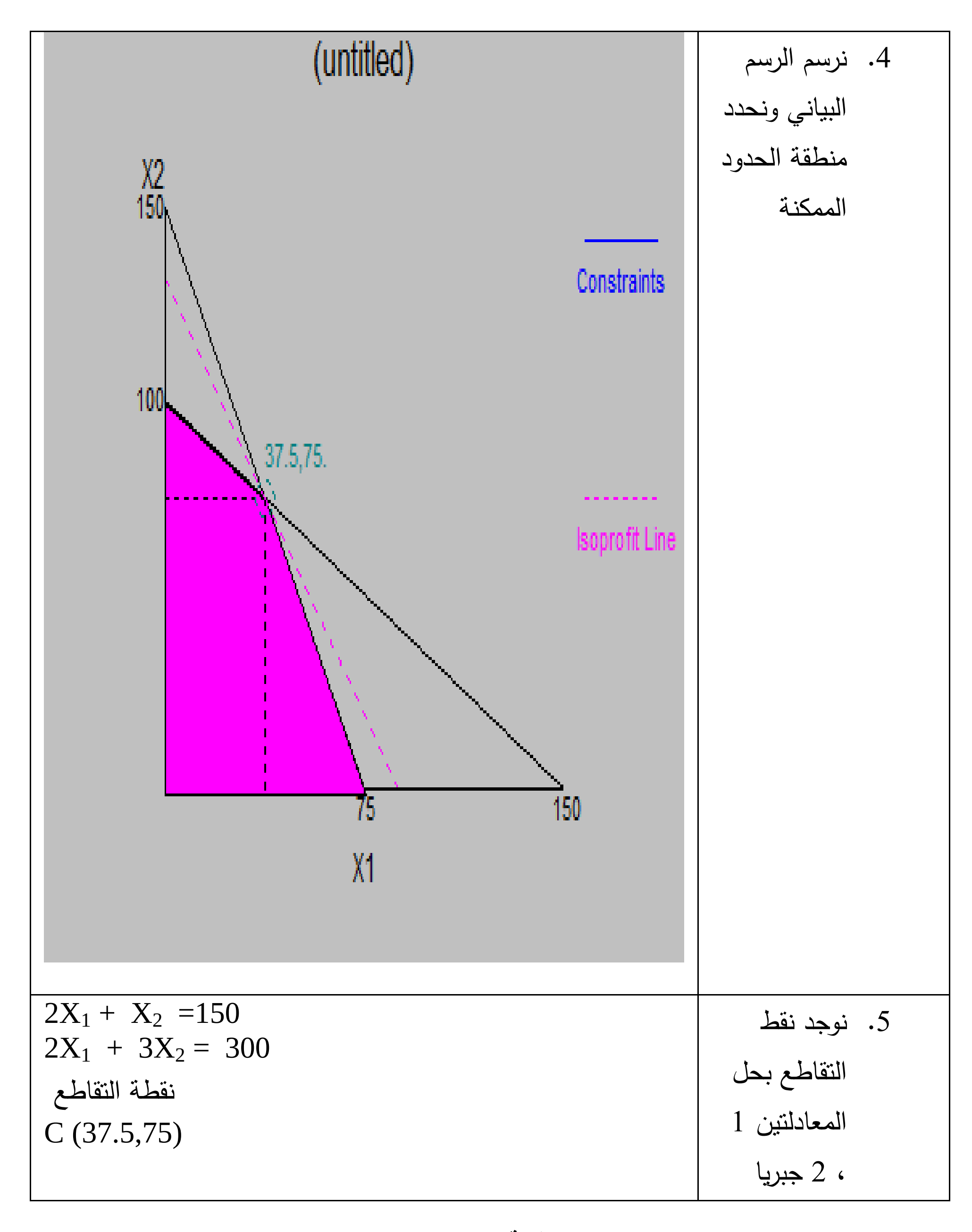
MAX Z = $3X_1 + 2X_2$

SUBJECT TO: $2X_1 + X_2 \le 150$

$2X_1 + 3X_2 \le 300$

$X_1, X_2 \ge 0$

$2X_1 + X_2 = 150$ $2X_1 + 3X_2 = 300$	1. نحول المتباينات إلى معادلات
$2X_1 + X_2 = 150$ $X_1 = 0, X_2 = 0$ (0,150) (75,0)	2. نوجد نقاط تقاطع المستقيمات بفرض كل مرة $X_1 = 0$, $X_2 = 0$ للقيد الأول
$2X_1 + 3X_2 = 300$ $X_1 = 0, X_2 = 0$ (0,100) (150,0)	3. بفرض كل مرة $X_1 = 0$, $X_2 = 0$ القيد الثاني

<table>
<tr>
<td>4. نرسم الرسم البياني ونحدد منطقة الحدود الممكنة</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>5. نوجد نقط التقاطع بحل المعادلتين 1 ، 2 جبريا</td>
<td>$2X_1 + X_2 = 150$
$2X_1 + 3X_2 = 300$
نقطة التقاطع
C (37.5,75)</td>
</tr>
</table>

6. اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

	النقطة	$Max\ Z = 3X_1 + 2X_2$	النتيجة
A	**0,0**	**3 (0) + 2(0)**	**0**
B	**75,0**	**3 (75) + 2(0)**	**225**
C	**37.5,75**	**3 (37.5) + 2(75)**	**262.5**
D	**0,100**	**3 (0) + 2(100)**	**200**

نلاحظ من اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

النقطة C تمثل الحل الأمثل

السبب : لأنها أعلى رقم تحقق أكبر ربح

ممكن ونعوض عنها في معادلات القيود لمعرفة الاستغلال الأمثل للموارد المتاحة

القرار الإداري:

يجب إنتاج 37.5 وحدة من المنتج الأول $X_1 = 37.5$

وإنتاج 75 وحدة من المنتج الثاني $X_2 = 75$

لكي يحقق أكبر ربح ممكن بمقدار 262,5 دينار $Z = \mathbf{262.5}$

في الحياة العملية لا يمكن انتاج بالكسور ولان داله الهدف تعظيم ربح

عند التقريب لأعلي يكون انتاج 38 وحدة من المنتج الاول وانتاج 75 من المنتج الثاني

ليحقق ربحا بمقدار 264 دينار

مثال تطبيقي(3):

اوجد الحل الأمثل لنموذج البرمجة الخطية الآتي باستخدام الطريقة البيانية:

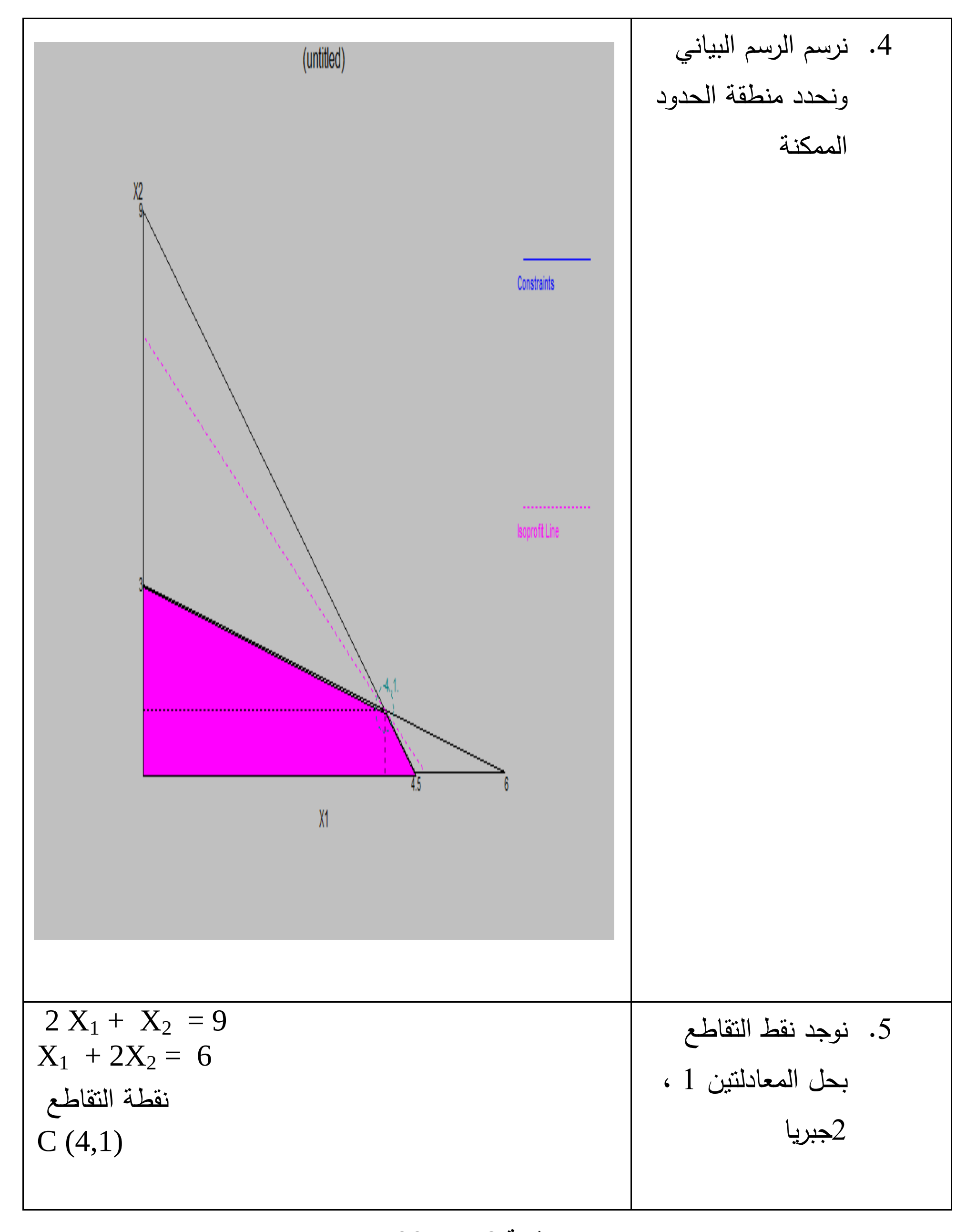
MAX Z = 3X1 + 2X2

SUBJECT TO: 2X1 + X2 ≤ 9

X1 + 2X2 ≤ 6

X1 , X2 ≥ 0

1. نحول المتباينات إلى معادلات	$2X_1 + X_2 = 9$ $X_1 + 2X_2 = 6$
2. نوجد نقاط تقاطع المستقيمات بفرض كل مرة $X_1 = 0$, $X_2 = 0$ للقيد الأول	$2X_1 + X_2 = 9$ $X_1 = 0, X_2 = 0$ (0,9) (4.5,0)
3. بفرض كل مرة $X_1 = 0, X_2 = 0$ القيد الثاني	$X_1 + 2X_2 = 6$ $X_1 = 0, X_2 = 0$ (0,3) (6,0)

4. نرسم الرسم البياني ونحدد منطقة الحدود الممكنة	
5. نوجد نقط التقاطع بحل المعادلتين 1 ، 2جبريا	$2X_1 + X_2 = 9$ $X_1 + 2X_2 = 6$ نقطة التقاطع C (4,1)

6. اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

	النقطة	**$Max\ Z = 3X_1 + 2X_2$**	**النتيجة**
A	**0,0**	**3(0) + 2(0)**	**0**
B	**0,3**	**3(0) + 2(3)**	**6**
C	**4,1**	**4(4) + 2(1)**	**14**
D	**4.5,0**	**3(4.5) + 2(0)**	**13.5**

نلاحظ من اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

النقطة C تمثل الحل الأمثل

السبب : لأنها أعلى رقم تحقق أكبر ربح

ممكن ونعوض عنها في معادلات القيود لمعرفة الاستغلال الأمثل للموارد المتاحة

القرار الإداري:

يجب إنتاج 4 وحدات من المنتج الأول $X_1 = 4$

وإنتاج وحدة واحدة من المنتج الثاني $X_2 = 1$

لكي يحقق أكبر ربح ممكن بمقدار 14 دينار $Z = 14$

مثال تطبيقي (4):

اوجد الحل الامثل لنموذج البرمجة الخطية التالية:

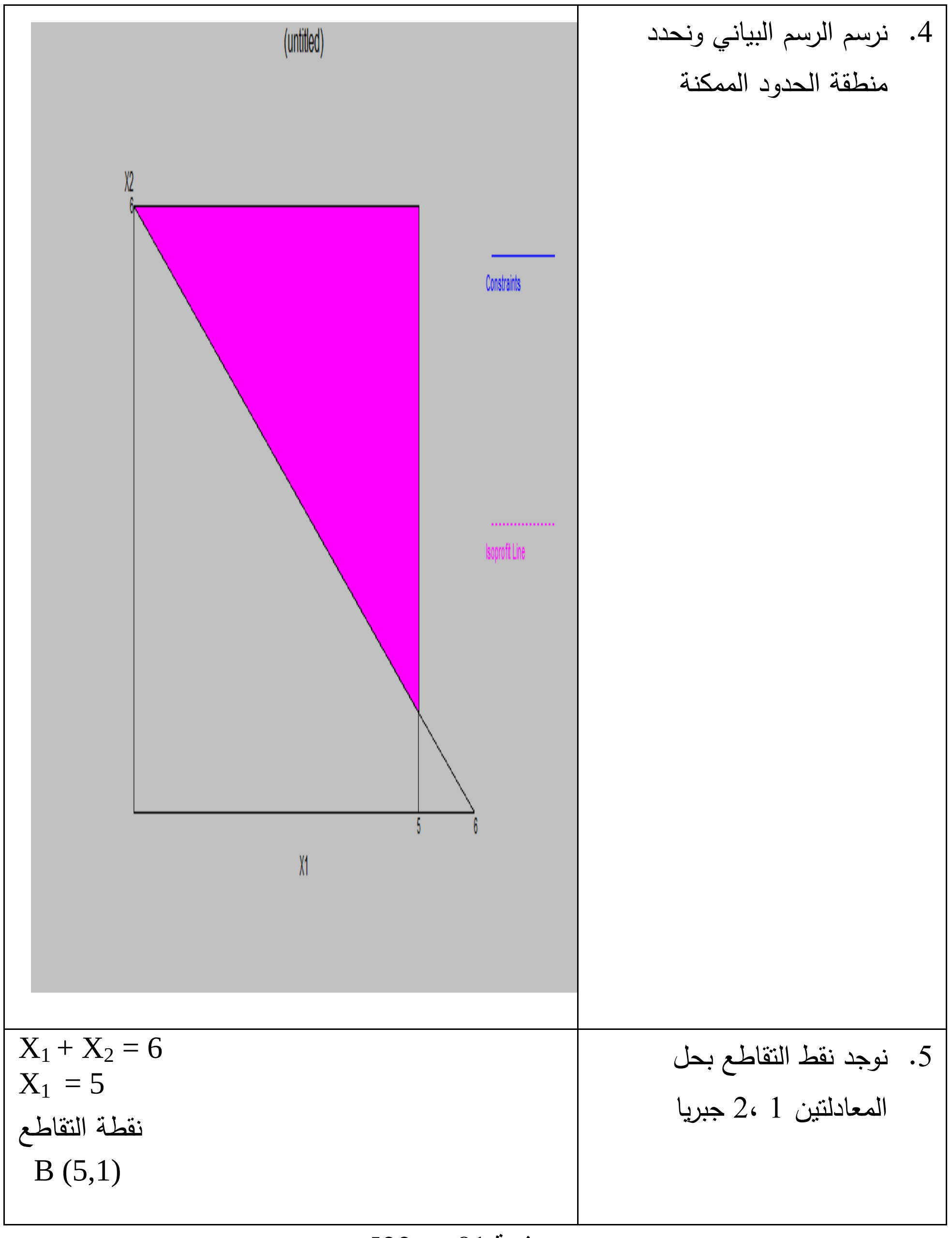
$$\text{MAX } Z = 7X_1 + 3X_2$$

$$\text{SUBJECT TO: } \quad X_1 + X_2 \geq 6$$

$$X_1 \leq 5$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

1. نحول المتباينات إلى معادلات	$X_1 + X_2 = 6$ $X_1 = 5$
2. نوجد نقاط تقاطع المستقيمات بفرض كل مرة $X_1 = 0, X_2 = 0$ للقيد الأول	$X_1 + X_2 = 6$ $X_1 = 0, X_2 = 0$ (0,6) (6,0)
3. بفرض كل مرة $X_1 = 0, X_2 = 0$ القيد الثاني	$X_1 = 5$ $X_2 = 0$ (5,0)

<table>
<tr><td>4. نرسم الرسم البياني ونحدد منطقة الحدود الممكنة</td><td>
</td></tr>
<tr><td>5. نوجد نقط التقاطع بحل المعادلتين 1، 2 جبريا</td><td>$X_1 + X_2 = 6$
$X_1 = 5$
نقطة التقاطع
B (5,1)</td></tr>
</table>

6. اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

	النقطة	$MAX\ Z = 7X_1 + 3\ X_2$	النتيجة
A	**0,6**	**7(0) + 3(6)**	**18**
B	**5,1**	**7(5) + 3(1)**	**38**

نلاحظ من اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

النقطة B تمثل الحل الأمثل

السبب : لأنها أعلى رقم تحقق أعلى ربح

ممكن ونعوض عنها في معادلات القيود لمعرفة الاستغلال الأمثل للموارد المتاحة

القرار الإداري:

يجب إنتاج 5 وحدة من المنتج الأول $X_1 = 5$

و إنتاج 1 وحدة من المنتج الثاني $X_2 = 1$

لكي يحقق أعلى ربح ممكن بمقدار 38 دينار $Z = 38$

حالة وجود ثلاث قيود:

مثال تطبيقي (5):

اوجد الحل الامثل لنموذج البرمجة الخطية التالية:

$$\text{MAX } Z = X_1 + 2X_2$$

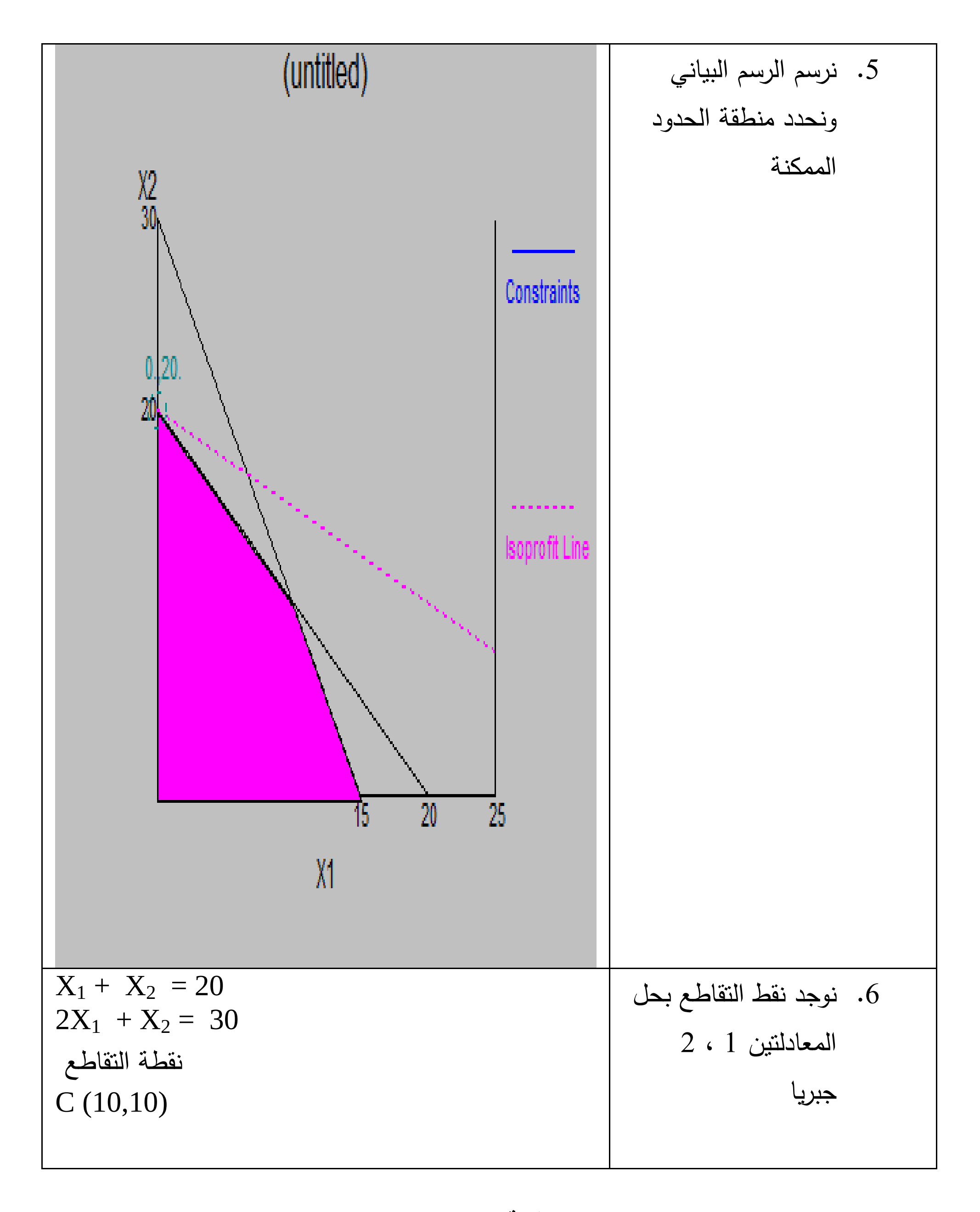
$$\text{SUBJECT TO: } X_1 + X_2 \leq 20$$

$$2X_1 + X_2 \leq 30$$

$$X_1 \leq 25$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

1. نحول المتباينات إلى معادلات	$X_1 + X_2 = 20$ $2X_1 + X_2 = 30$ $X_1 = 25$
2. نوجد نقاط تقاطع المستقيمات بفرض كل مرة $X_1 = 0, X_2 = 0$ للقيد الأول	$X_1 + X_2 = 20$ $X_1 = 0, X_2 = 0$ (0,20) (20,0)
3. بفرض كل مرة $X_1 = 0, X_2 = 0$ للقيد الثاني	$2X_1 + X_2 = 30$ $X_1 = 0, X_2 = 0$ (0,30) (15,0)
4. بفرض كل مرة $X_1 = 0, X_2 = 0$ للقيد الثالث	$X_1 = 25$ $X_2 = 0$ (25,0)

الخطوة	
5. نرسم الرسم البياني ونحدد منطقة الحدود الممكنة	
6. نوجد نقط التقاطع بحل المعادلتين 1 ، 2 جبريا	$X_1 + X_2 = 20$ $2X_1 + X_2 = 30$ نقطة التقاطع C (10,10)

7. اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

	النقطة	$Max\ Z = X_1 + 2X_2$	النتيجة
A	**0,0**	**1(0) + 2(0)**	**0**
B	**0,20**	**1(0) + 2(20)**	**40**
C	**10,10**	**1(10) + 2(10)**	**30**
D	**15,0**	**1(15) + 2(0)**	**15**

نلاحظ من اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

النقطة B تمثل الحل الأمثل

السبب : لأنها أعلى رقم تحقق أكبر ربح

ممكن ونعوض عنها في معادلات القيود لمعرفة الاستغلال الأمثل للموارد المتاحة

القرار الإداري:

عدم انتاج أي وحدة من المنتج الأول $X_1 = 0$

وإنتاج 20 وحدة من المنتج الثاني $X_2 = 20$

لكي يحقق أكبر ربح ممكن بمقدار 40 دينار $Z = \mathbf{40}$

مثال تطبيقي(6):

اوجد الحل الامثل لنموذج البرمجة الخطية التالية:

$$\text{MAX } Z = 50X_1 + 20X_2$$

SUBJECT TO:

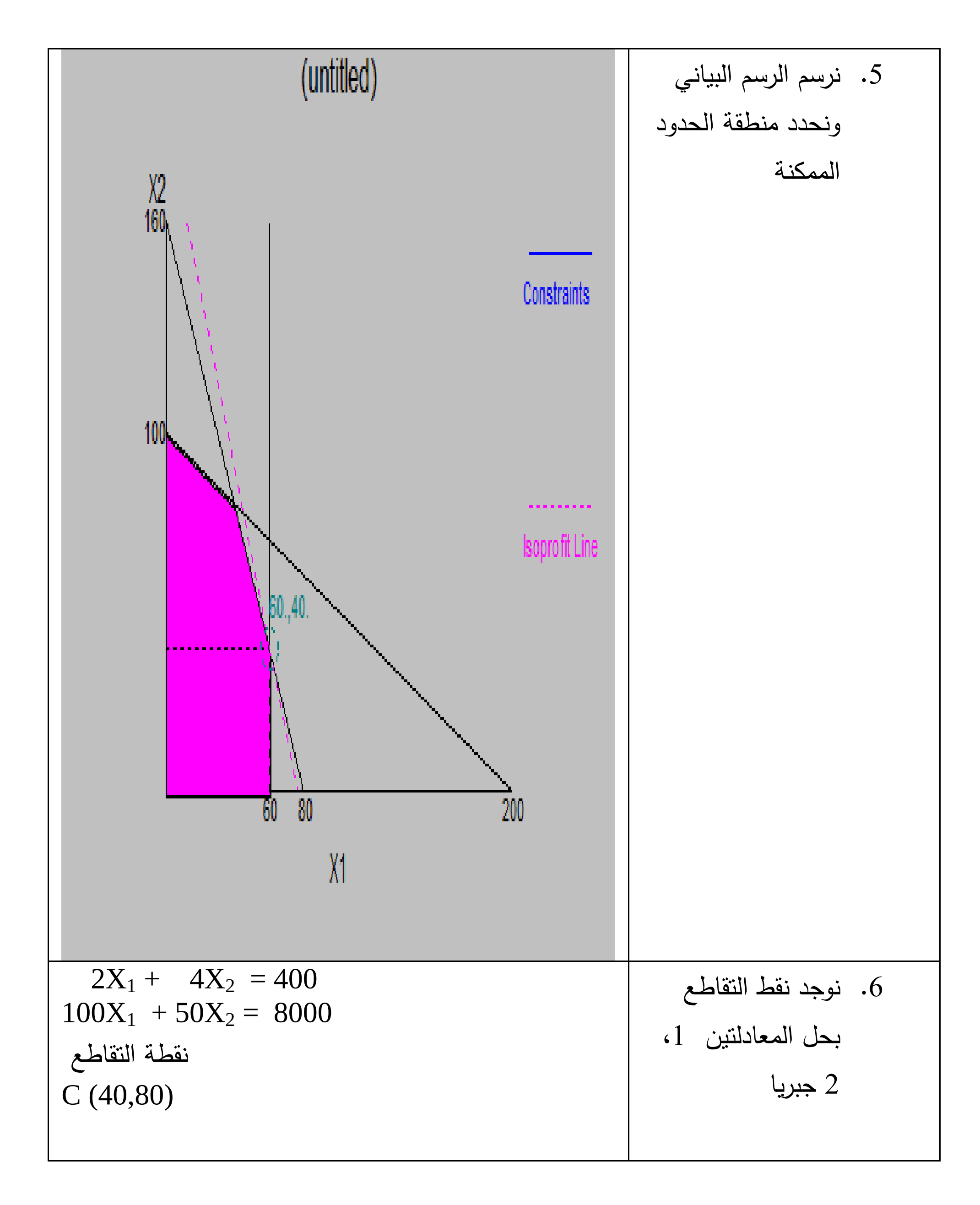
$$2X_1 + 4X_2 \leq 400$$

$$100X_1 + 50X_2 \leq 8000$$

$$X_1 \leq 60$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

1. نحول المتباينات إلى معادلات	$2X_1 + 4X_2 = 400$ $100X_1 + 50X_2 = 8000$ $X_1 = 60$
2. نوجد نقاط تقاطع المستقيمات بفرض كل مرة $X_1 = 0$, $X_2 = 0$ للقيد الأول	$2X_1 + 4X_2 = 400$ $X_1 = 0, X_2 = 0$ (0,100) (200,0)
3. بفرض كل مرة $X_1 = 0$, $X_2 = 0$ للقيد الثاني	$100X_1 + 50X_2 = 8000$ $X_1 = 0, X_2 = 0$ (0,160) (80,0)
4. بفرض كل مرة $X_1 = 0$, $X_2 = 0$ للقيد الثالث	$X_1 = 60$ $X_2 = 0$ (60,0)

<table>
<tr>
<td>5. نرسم الرسم البياني ونحدد منطقة الحدود الممكنة</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>6. نوجد نقط التقاطع بحل المعادلتين 1، 2 جبريا</td>
<td>$2X_1 + 4X_2 = 400$
$100X_1 + 50X_2 = 8000$
نقطة التقاطع
C (40,80)</td>
</tr>
</table>

7. نوجد نقط التقاطع بحل المعادلتين 2 ، 3 جبريا	$100X_1 + 50X_2 = 8000$ $X_1 = 60$ نقطة التقاطع D (60,40)

8. اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

النتيجة	$Max\ Z = 50X_1 + 20X_2$	النقطة	
0	**50 (0) + 20(0)**	**0,0**	**A**
2000	**50 (0) + 20(100)**	**0,100**	**B**
3600	**50 (40) + 20(80)**	**40,80**	**C**
3800	**50 (60) + 20(40)**	**60,40**	**D**
3000	**50 (60) + 20(0)**	**60,0**	**E**

نلاحظ من اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

النقطة D تمثل الحل الأمثل

السبب : لأنها أعلى رقم تحقق أكبر ربح

ممكن ونعوض عنها في معادلات القيود لمعرفة الاستغلال الأمثل للموارد المتاحة

القرار الإداري:

يجب إنتاج 60 وحدة من المنتج الأول $X_1 = 60$

وإنتاج 40 وحدة من المنتج الثاني $X_2 = 40$

لكي يحقق أكبر ربح ممكن بمقدار 3800 دينار $Z = \mathbf{3800}$

مثال تطبيقي(7):

اوجد الحل الامثل لنموذج البرمجة الخطية التالية:

$$\text{Max } Z = 3X_1 + 2X_2$$

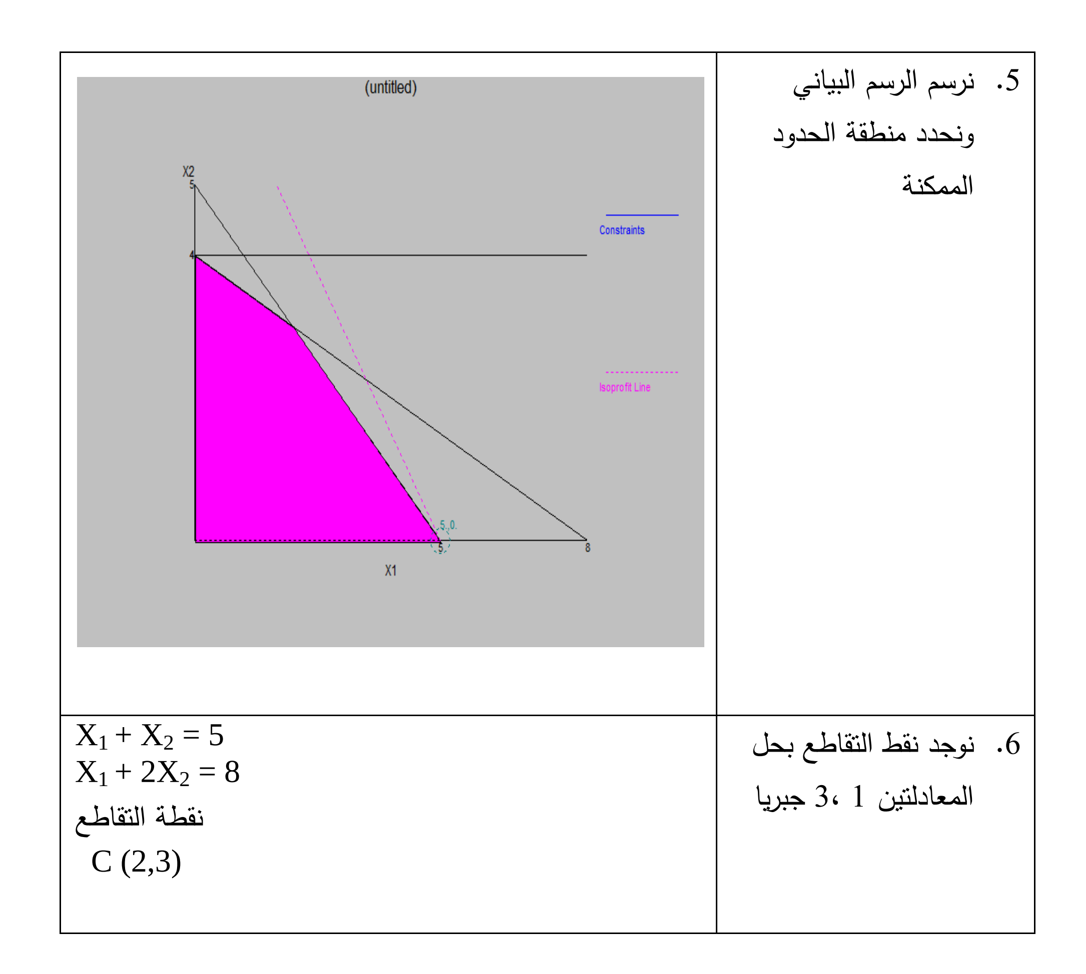
$$\text{subject to: } X_1 + X_2 \leq 5$$

$$X_2 \leq 4$$

$$X_1 + 2X_2 \leq 8$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

1. نحول المتباينات إلى معادلات	$X_1 + X_2 = 5$ $X_2 = 4$ $X_1 + 2X_2 = 8$
2. نوجد نقاط تقاطع المستقيمات بفرض كل مرة $X_1 = 0$, $X_2 = 0$ للقيد الأول	$X_1 + X_2 = 5$ $X_1 = 0, X_2 = 0$ (0,5) (5,0)
3. بفرض كل مرة $X_1 = 0, X_2 = 0$ القيد الثاني	$X_2 = 4$ $X_1 = 0$ (0,4)
4. بفرض كل مرة $X_1 = 0, X_2 = 0$ القيد الثالث	$X_1 + 2X_2 = 8$ $X_1 = 0, X_2 = 0$ (0,4) (8,0)



5. نرسم الرسم البياني ونحدد منطقة الحدود الممكنة	
6. نوجد نقط التقاطع بحل المعادلتين 1، 3 جبريا	$X_1 + X_2 = 5$ $X_1 + 2X_2 = 8$ نقطة التقاطع C (2,3)

7. **اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:**

	النقطة	Max $Z = 3X_1 + 2X_2$	النتيجة
A	**0,0**	**3(0) + 2(0)**	**0**
B	**0,4**	**3(0) + 2(4)**	**8**
C	**2,3**	**3(2) +2(3)**	**12**
D	**5,0**	**3(5) + 2(0)**	**15**

نلاحظ من اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

النقطة D تمثل الحل الأمثل

السبب : لأنها أعلى رقم تحقق أعلى ربح

ممكن ونعوض عنها في معادلات القيود لمعرفة الاستغلال الأمثل للموارد المتاحة

القرار الإداري:

يجب إنتاج 5 وحدة من المنتج الأول　$X_1 = 5$

وعدم إنتاج أي وحدة من المنتج الثاني　$X_2 = 0$

لكي يحقق أعلى ربح ممكن بمقدار 15 دينار　$Z = 15$

ملاحظة هامة:

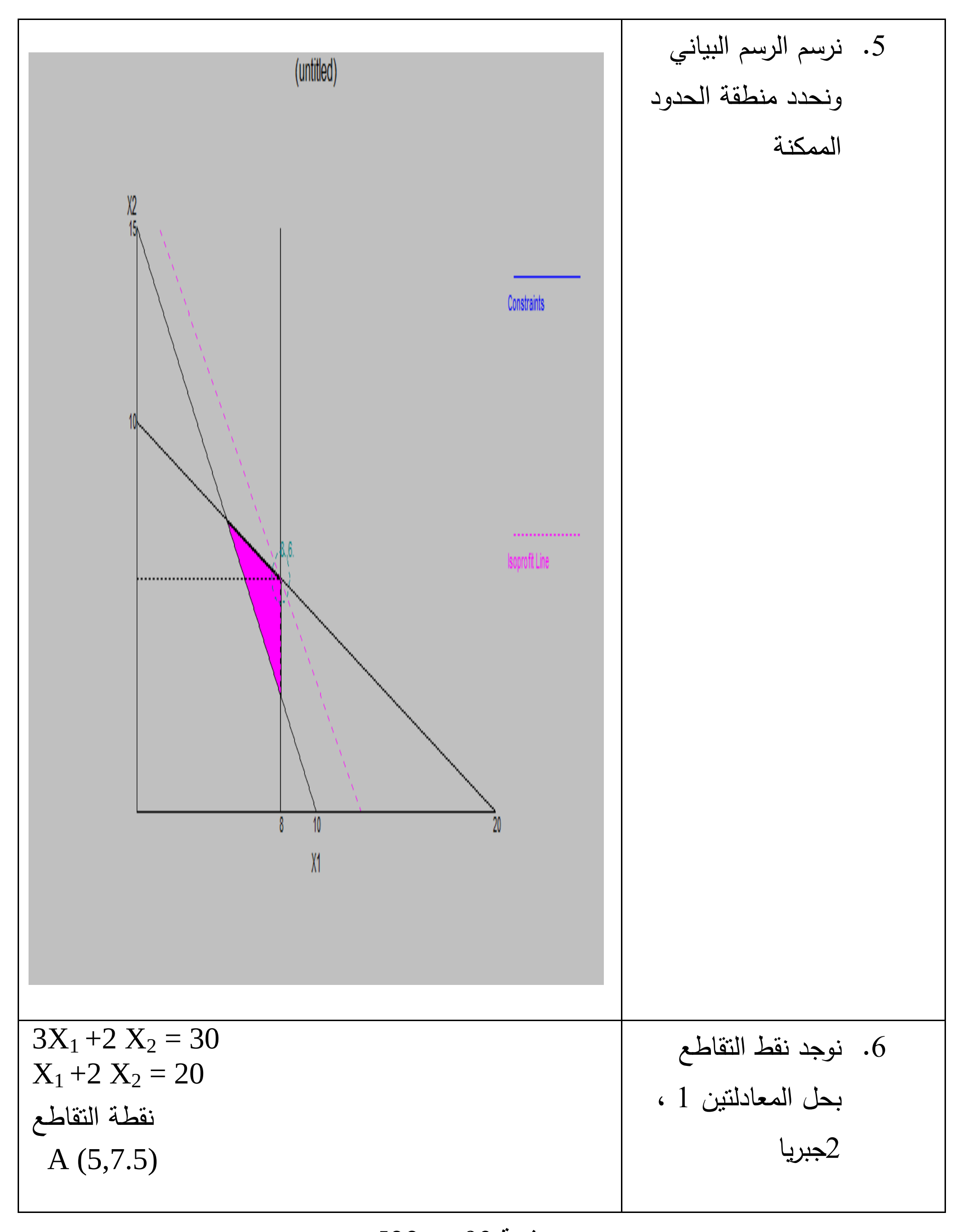
نقطة الحل الأمثل ليست في العادة تكون نقطة التقاطع إنما التي تحقق دالة الهدف المرجو منها إما تعظيم ربح أو تقليل التكاليف والتي تكون ضمن الحدود الممكنة فقط

مثال تطبيقي (8):

اوجد الحل الأمثل لنموذج البرمجة الخطية التالي:

$$\text{MAX } Z = 4X_1 + 3X_2$$
$$\text{SUBJECT TO: } 3X_1 + 2X_2 \geq 30$$
$$X_1 + 2X_2 \leq 20$$
$$X_1 \leq 8$$
$$X_1 , X_2 \geq 0$$

1. نحول المتباينات إلى معادلات	$3X_1 + 2X_2 = 30$ $X_1 + 2X_2 = 20$ $X_1 = 8$
2. نوجد نقاط تقاطع المستقيمات بفرض كل مرة $X_1 = 0$, $X_2 = 0$ للقيد الأول	$3X_1 + 2X_2 = 30$ $X_1 = 0, X_2 = 0$ (0,15) (10,0)
3. بفرض كل مرة $X_1 = 0, X_2 = 0$ القيد الثاني	$X_1 + 2X_2 = 20$ $X_1 = 0, X_2 = 0$ (0,10) (20,0)
4. بفرض كل مرة $X_1 = 0, X_2 = 0$ القيد الثالث	$X_1 = 8$ $X_2 = 0$ (8,0)

<table>
<tr>
<td>5. نرسم الرسم البياني ونحدد منطقة الحدود الممكنة</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>6. نوجد نقط التقاطع بحل المعادلتين 1 ، 2جبريا</td>
<td>$3X_1 + 2X_2 = 30$
$X_1 + 2X_2 = 20$
نقطة التقاطع
A (5,7.5)</td>
</tr>
</table>

7. نوجد نقط التقاطع بحل المعادلتين 2 ،3 جبريا	$X_1 + 2X_2 = 20$ $X_1 = 8$ نقطة التقاطع B (8,6)
8. نوجد نقط التقاطع بحل المعادلتين 1 ،3 جبريا	$3X_1 + 2X_2 = 30$ $X_1 = 8$ نقطة التقاطع C (8,3)

9. اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

	النقطة	$MAX\ Z = 4X_1 + 3X_2$	النتيجة
A	**5,7.5**	**4(5) + 3(7.5)**	**42.5**
B	**8,6**	**4(8) + 3(6)**	**50**
C	**8,3**	**4(8) + 3(3)**	**41**

نلاحظ من اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

النقطة B تمثل الحل الأمثل

السبب : لأنها أعلى رقم تحقق أعلى ربح

ممكن ونعوض عنها في معادلات القيود لمعرفة الاستغلال الأمثل للموارد المتاحة

القرار الإداري:

يجب إنتاج 8 وحدة من المنتج الأول $X_1 = 6$

و إنتاج 6 وحدة من المنتج الثاني $X_2 = 8$

لكي يحقق أعلى ربح ممكن بمقدار 50 دينار $Z = 50$

مثال تطبيقي(9):

اوجد حل النموذج باستخدام الطريقة البيانية

Objective function:

Max $z= 3X_1 + 4X_2 + 2X_3$

Subject to: $3X_1 + 2X_2 + 4X_3 \leq 80$

$X_1 + 5X_2 + X_3 \leq 70$

$5X_1 + 4X_2 + 6X_3 \leq 90$

$X_1, ,X_2, X_3 \geq 0$

الحل لا يصلح الحل بالطريقة البيانية لوجود 3 متغيرات اساسية

تستخدم طريقة السمبلكس عوضا عنها

نموذج برمجة خطية في حال وجود أربع قيود: الشائع دوما

مثال تطبيقي(10):

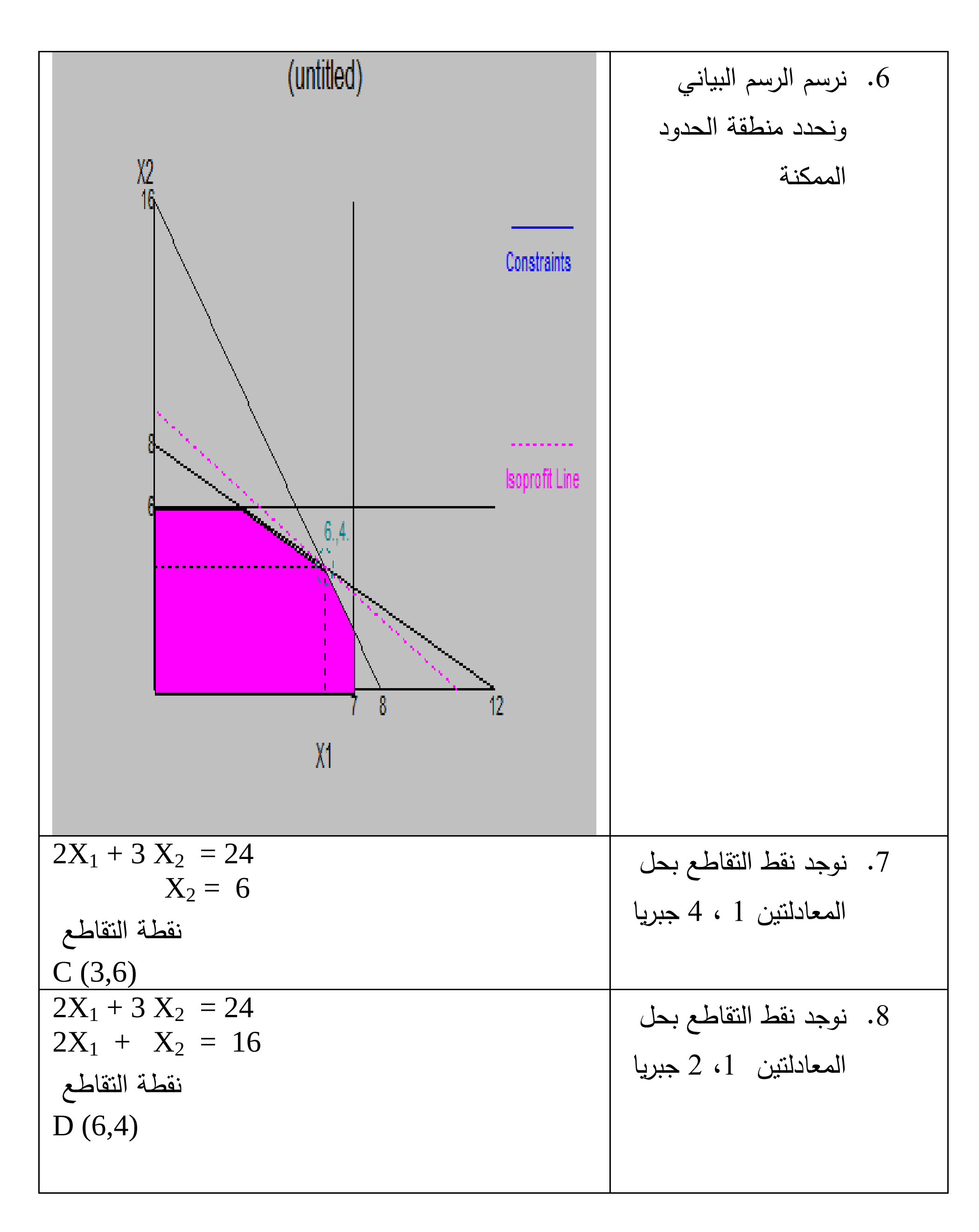
اوجد الحل الامثل لنموذج البرمجة الخطية التالية:

$$MAX\ Z = 12X_1 + 14X_2$$

SUBJECT TO:

$$2X_1 + 3X_2 \leq 24$$
$$2X_1 + X_2 \leq 16$$
$$X_1 \leq 7$$
$$X_2 \leq 6$$
$$X_1, X_2 \geq 0$$

$2X_1 + 3X_2 = 24$ $2X_1 + X_2 = 16$ $X_1 = 7$ $X_2 = 6$	1. نحول المتباينات إلى معادلات
$2X_1 + 3X_2 = 24$ $X_1 = 0, X_2 = 0$ (0,8) (12,0)	2. نوجد نقاط تقاطع المستقيمات بفرض كل مرة $X_1 = 0, X_2 = 0$ للقيد الأول
$2X_1 + X_2 = 16$ $X_1 = 0, X_2 = 0$ (0,16) (8,0)	3. بفرض كل مرة $X_1 = 0, X_2 = 0$ للقيد الثاني
$X_1 = 7$ $X_2 = 0$ (7,0)	4. بفرض كل مرة $X_1 = 0, X_2 = 0$ للقيد الثالث
$X_2 = 6$ $X_1 = 0$ (0,6)	5. بفرض كل مرة $X_1 = 0, X_2 = 0$ للقيد الرابع

الخطوة	الحل
6. نرسم الرسم البياني ونحدد منطقة الحدود الممكنة	
7. نوجد نقط التقاطع بحل المعادلتين 1 ، 4 جبريا	$2X_1 + 3X_2 = 24$ $X_2 = 6$ نقطة التقاطع C (3,6)
8. نوجد نقط التقاطع بحل المعادلتين 1، 2 جبريا	$2X_1 + 3X_2 = 24$ $2X_1 + X_2 = 16$ نقطة التقاطع D (6,4)

9. نوجد نقط التقاطع بحل المعادلتين 2، 3 جبريا	$2X_1 + X_2 = 16$ $X_1 = 7$ نقطة التقاطع E (7,2)

10. اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

النتيجة	$Max\ Z = 12X_1 + 14X_2$	النقطة	
0	**12 (0) + 14 (0)**	**0,0**	**A**
84	**12 (0) + 14 (6)**	**0,6**	**B**
120	**12 (3) + 14 (6)**	**3,6**	**C**
128	**12 (6) + 14 (4)**	**6,4**	**D**
112	**12 (7) + 14 (2)**	**7,2**	**E**
84	**12 (7) + 14 (0)**	**7,0**	**F**

نلاحظ من اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

النقطة D تمثل الحل الأمثل

السبب : لأنها أعلى رقم تحقق أكبر ربح

ممكن ونعوض عنها في معادلات القيود لمعرفة الاستغلال الأمثل للموارد المتاحة

القرار الإداري:

يجب إنتاج 6 وحدات من المنتج الأول $X_1 = 6$

وإنتاج 4 وحدة من المنتج الثاني $X_2 = 4$

لكي يحقق أكبر ربح ممكن بمقدار 128 دينار $Z = \mathbf{128}$

مثال تطبيقي(11):

اوجد حل النموذج باستخدام الطريقة البيانية

MAX Z = 12 X1 + 12 X2

SUBJECT TO: 6 X1 + 12X2 ≤ 36

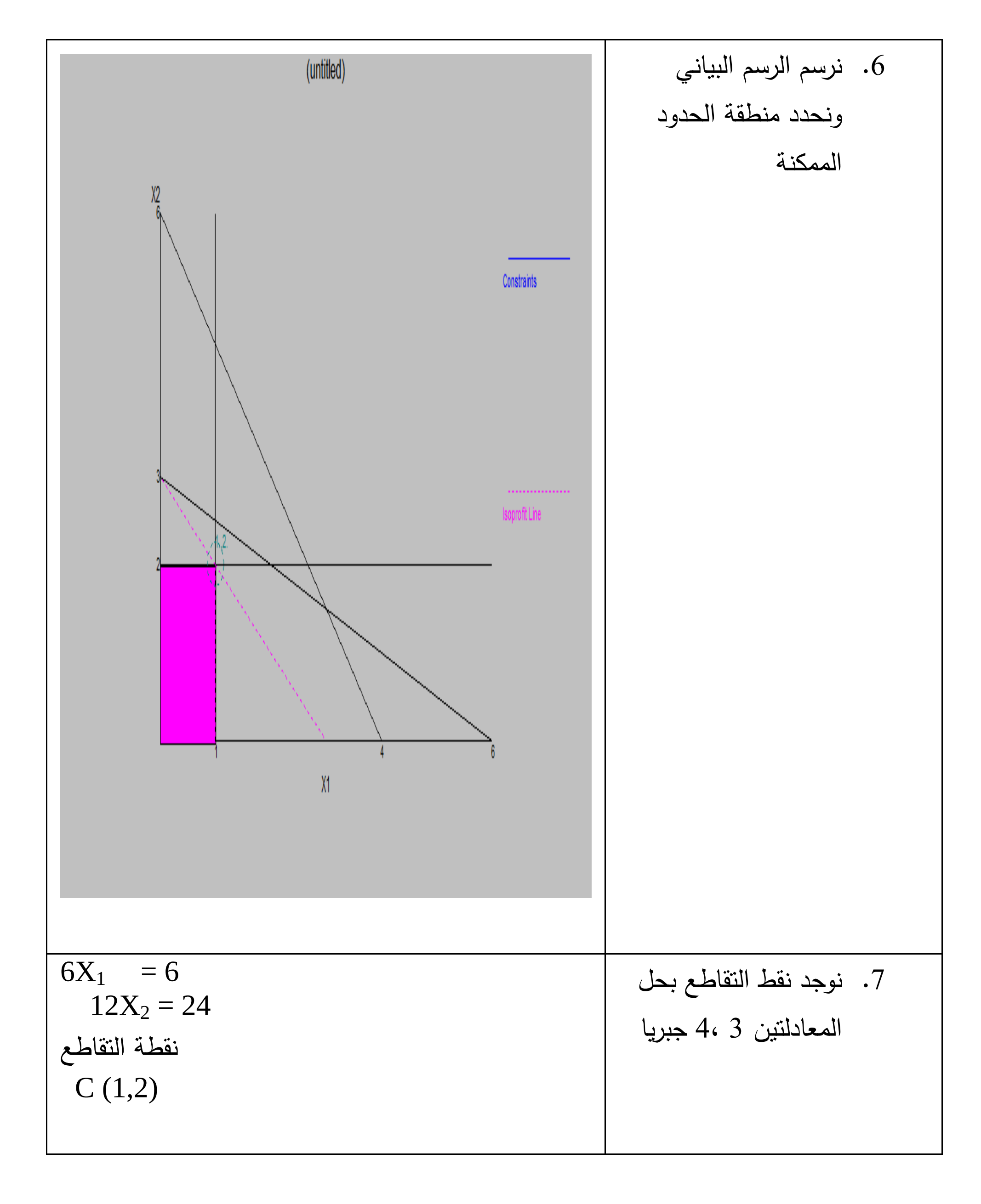
36 X1 + 24 X2 ≤ 144

6 X1 ≤ 6

12 X2 ≤ 24

X 1 , X 2 ≥ 0

1. نحول المتباينات إلى معادلات	**6 X1 + 12X2 = 36** **36 X1 + 24 X2 = 144** **6 X1 = 6** **12 X2 = 24**
2. نوجد نقاط تقاطع المستقيمات بفرض كل مرة $X_1 = 0$, $X_2 = 0$ للقيد الأول	$6X_1 + 12X_2 = 36$ $X_1 = 0, X_2 = 0$ (0,3) (6,0)
3. بفرض كل مرة $X_1 = 0, X_2 = 0$ القيد الثاني	**36 X1 + 24 X2 = 144** $X_1 = 0, X_2 = 0$ (0,6) (4,0)
4. بفرض كل مرة $X_1 = 0, X_2 = 0$ القيد الثالث	**6 X1 = 6** $X_2 = 0$ (1,0)
5. بفرض كل مرة $X_1 = 0, X_2 = 0$ القيد الرابع	**12 X2 = 24** $X_1 = 0$ (0,2)

الخطوة	الحل
6. نرسم الرسم البياني ونحدد منطقة الحدود الممكنة	
7. نوجد نقط التقاطع بحل المعادلتين 3، 4 جبريا	$6X_1 = 6$ $12X_2 = 24$ نقطة التقاطع C (1,2)

8. اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

النتيجة	$Max\ Z = 12X_1 + 12X_2$	النقطة	
0	**12(0) + 12(0)**	**0,0**	**A**
12	**12(1) + 12(0)**	**1,0**	**B**
36	**12(1) +12(2)**	**1,2**	**C**
24	**12(0) + 12(2)**	**0,2**	**D**

نلاحظ من اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

النقطة C تمثل الحل الأمثل

السبب : لأنها أعلى رقم تحقق أعلى ربح

ممكن ونعوض عنها في معادلات القيود لمعرفة الاستغلال الأمثل للموارد المتاحة

القرار الإداري:

يجب إنتاج 1 وحدة من المنتج الأول $X_1 = 1$

وإنتاج 2 وحدة من المنتج الثاني $X_2 = 2$

لكي يحقق أعلى ربح ممكن بمقدار 36 دينار $Z = 36$

مثال تطبيقي(12):

اوجد الحل الأمثل للنموذج الأتي باستخدام البرمجة الخطية لحالة تعظيم الأرباح

MAX $Z = 6X1 + 18X2$

SUBJECT TO: $18X1 + 9X2 \le 60$

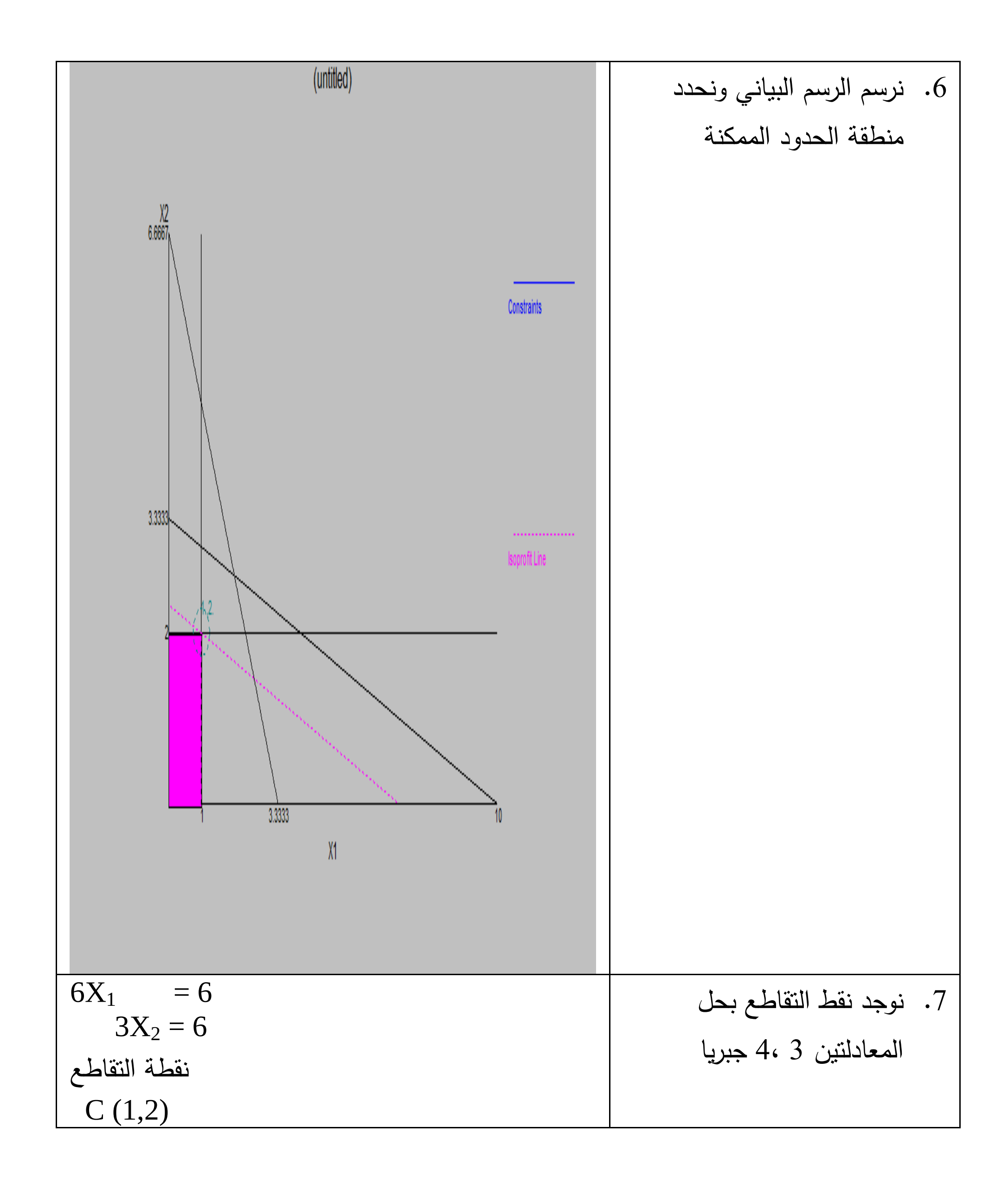
$6X1 + 18X2 \le 60$

$6X1 \le 6$

$3X2 \le 6$

$X1, X2 \ge 0$

$18X1 + 9X2 = 60$ $6X1 + 18X2 = 60$ $6X1 = 6$ $3X2 = 6$	1. نحول المتباينات إلى معادلات
$18X1 + 9X2 = 60$ $X_1 = 0, X_2 = 0$ (0,6.6) (3.3,0)	2. نوجد نقاط تقاطع المستقيمات بفرض كل مرة $X_1 =$ $0, X_2 = 0$ للقيد الأول
$6X1 + 18X2 = 60$ $X_1 = 0, X_2 = 0$ (0,3.3) (10,0)	3. بفرض كل مرة $X_1 =$ $0, X_2 = 0$ القيد الثاني
$6X1 = 6$ $X_2 = 0$ (1,0)	4. بفرض كل مرة $X_1 =$ $0, X_2 = 0$ القيد الثالث
$3X2 = 6$ $X_1 = 0$ (0,2)	5. بفرض كل مرة $X_1 =$ $0, X_2 = 0$ القيد الرابع

6. نرسم الرسم البياني ونحدد منطقة الحدود الممكنة	
7. نوجد نقط التقاطع بحل المعادلتين 3 ،4 جبريا	$6X_1 = 6$ $3X_2 = 6$ نقطة التقاطع C (1,2)

8. اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

	النقطة	Max $Z = 6X_1 + 18X_2$	النتيجة
A	**0,0**	**6 (0) + 18(0)**	**0**
B	**1,0**	**6(1) + 18(0)**	**6**
C	**1,2**	**6(1) +18(2)**	**42**
D	**0,2**	**6(0) + 18(2)**	**36**

نلاحظ من اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

النقطة C تمثل الحل الأمثل

السبب : لأنها أعلى رقم تحقق أعلى ربح

ممكن ونعوض عنها في معادلات القيود لمعرفة الاستغلال الأمثل للموارد المتاحة

القرار الإداري:

يجب إنتاج 1 وحدة من المنتج الأول $X_1 = 1$

وإنتاج 2 وحدة من المنتج الثاني $X_2 = 2$

لكي يحقق أعلى ربح ممكن بمقدار 42 دينار $Z = 42$

نموذج برمجة خطية باستخدام الطريقة البيانية في حالة تقليل التكاليف

حالة وجود قيدين

مثال تطبيقي(13):

اوجد الحل الأمثل لنموذج البرمجة الخطية الآتي باستخدام الطريقة البيانية

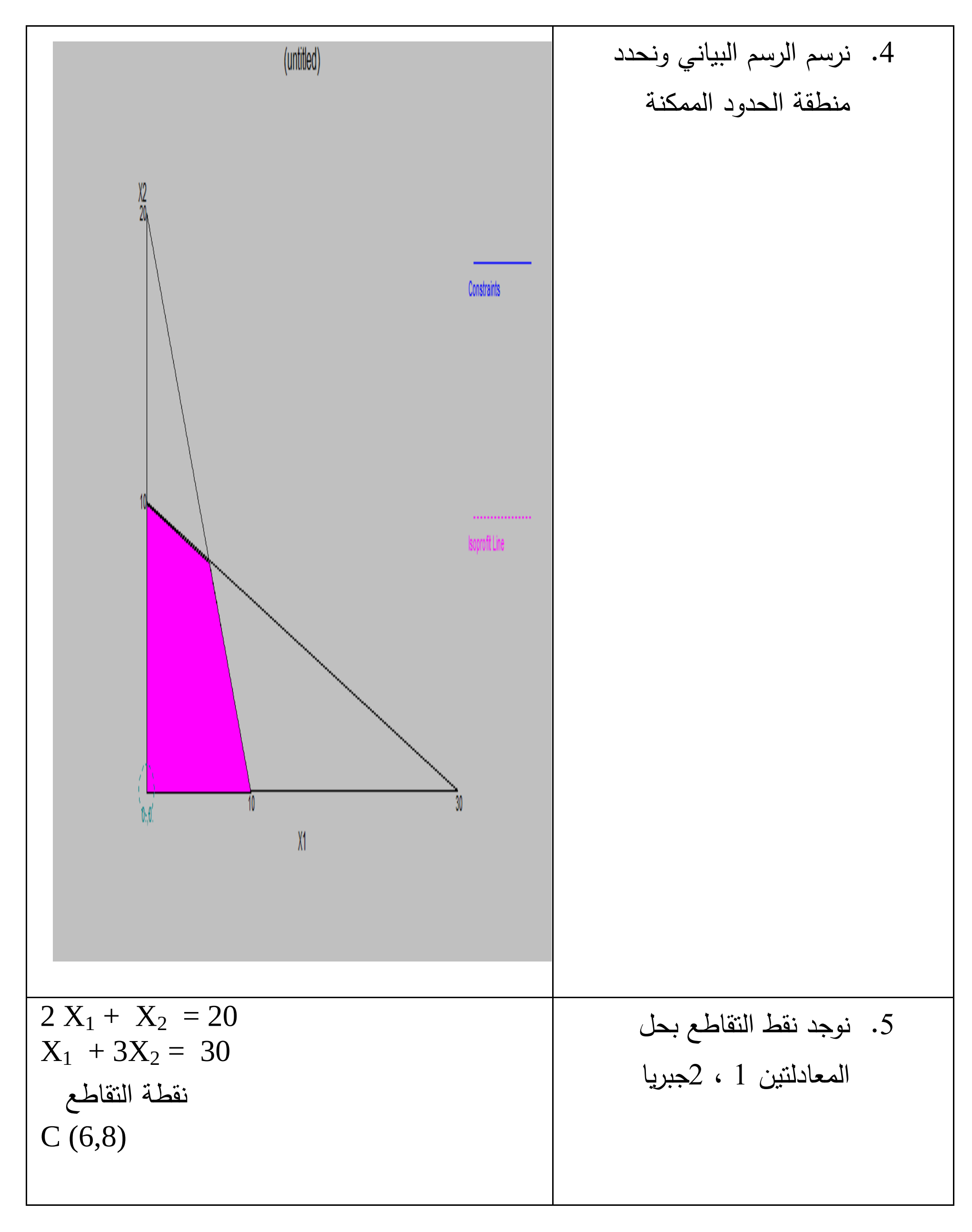
$$\text{Min } Z = 5X_1 + 6X_2$$

$$\text{SUBJECT TO: } 2X_1 + X_2 \leq 20$$

$$X_1 + 3X_2 \leq 30$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

$2X_1 + X_2 = 20$ $X_1 + 3X_2 = 30$	1. نحول المتباينات إلى معادلات
$2X_1 + X_2 = 20$ $X_1 = 0, X_2 = 0$ (0,20) (10,0)	2. نوجد نقاط تقاطع المستقيمات بفرض كل مرة $X_1 = 0$, $X_2 = 0$ للقيد الأول
$X_1 + 3X_2 = 30$ $X_1 = 0, X_2 = 0$ (0,10) (30,0)	3. بفرض كل مرة X_1 $= 0, X_2 = 0$ القيد الثاني

4. نرسم الرسم البياني ونحدد منطقة الحدود الممكنة	
5. نوجد نقط التقاطع بحل المعادلتين 1 ، 2جبريا	$2X_1 + X_2 = 20$ $X_1 + 3X_2 = 30$ نقطة التقاطع C (6,8)

6. اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

النتيجة	$Min\ Z = 5X_1 + 6X_2$	النقطة	
0	**5(0) + 6(0)**	**0,0**	**A**
60	**5(0) + 6(10)**	**0,10**	**B**
78	**5(6) + 6(8)**	**6,8**	**C**
50	**5(10) + 6(0)**	**10,0**	**D**

نلاحظ من اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

النقطة D تمثل الحل الأمثل

السبب : لأنها أقل رقم تحقق أقل تكلفة

ممكن ونعوض عنها في معادلات القيود لمعرفة الاستغلال الأمثل للموارد المتاحة

وتستثنى النقطة الأولى لأنه يتم إغلاق إنتاج المنتجين

القرار الإداري:

يجب إنتاج 10 وحدة من المنتج الأول $X_1 = 10$

وعدم إنتاج أي وحدة من المنتج الثاني $X_2 = 0$

لكي يحقق أقل تكلفة ممكنه بمقدار 50 دينار $Z = 50$

حالة وجود ثلاث قيود

مثال تطبيقي(14):

اوجد الحل الأمثل للنموذج الأتي باستخدام البرمجة الخطية لحالة تقليل التكاليف؟

$$\textbf{Min } Z = 10X_1 + 12X_2$$

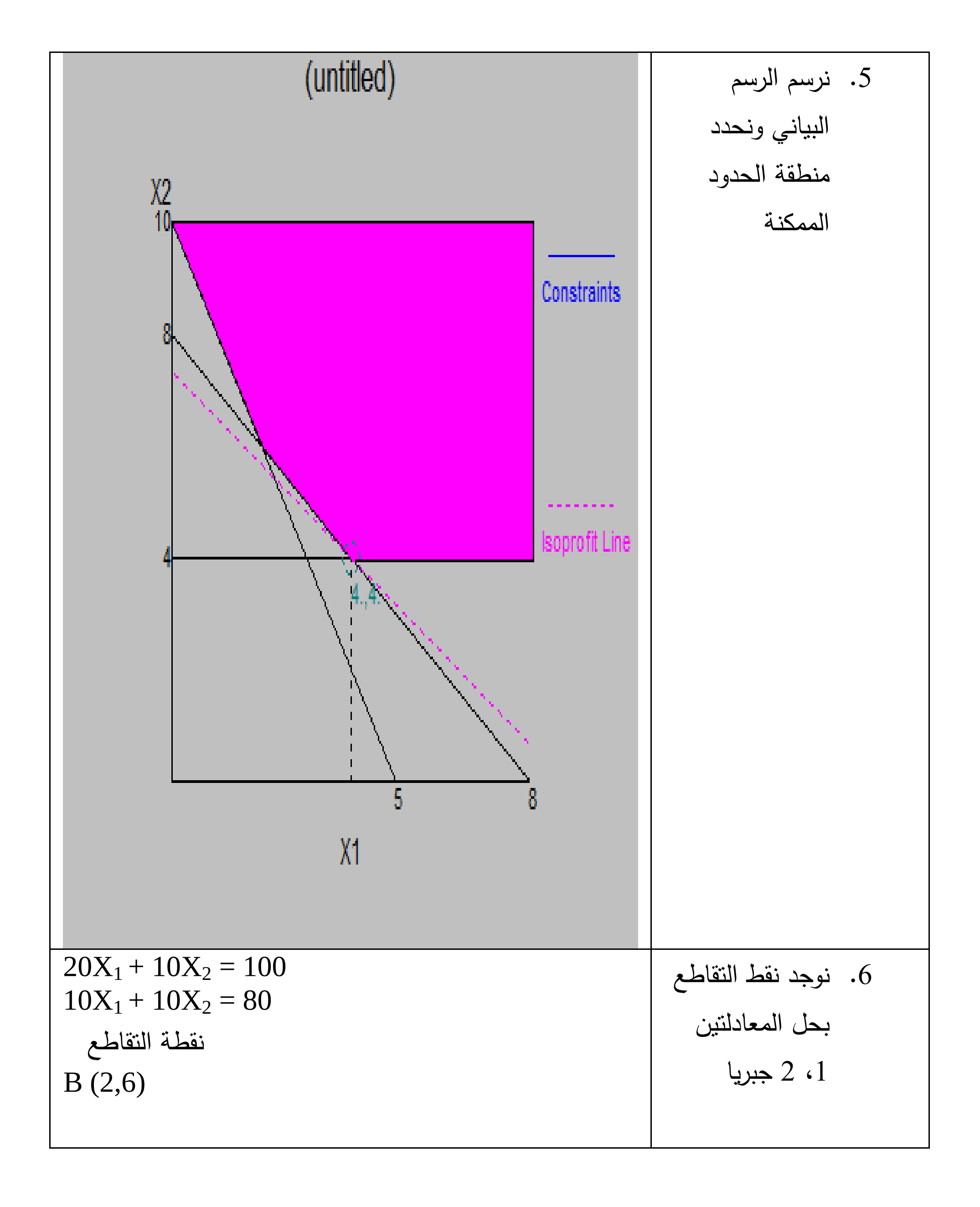
SUBJECT TO: $20X_1 + 10X_2 \geq 100$

$10X_1 + 10X_2 \geq 80$

$10X_2 \geq 40$

$X_1, X_2 \geq 0$

1. نحول المتباينات إلى معادلات	$20X_1 + 10X_2 = 100$ $10X_1 + 10X_2 = 80$ $10X_2 = 40$
2. نوجد نقاط تقاطع المستقيمات بفرض كل مرة $X_1 = 0, X_2 = 0$ للقيد الأول	$20X_1 + 10X_2 = 100$ $X_1 = 0, X_2 = 0$ (0,10) (20,0)
3. بفرض كل مرة $X_1 = 0,$ $X_2 = 0$ القيد الثاني	$10X_1 + 10X_2 = 80$ $X_1 = 0, X_2 = 0$ (0,8) (8,0)
4. بفرض كل مرة $X_1 = 0,$ $X_2 = 0$ القيد الثالث	$10X_2 = 40$ $X_1 = 0$ (0,4)

5. نرسم الرسم البياني ونحدد منطقة الحدود الممكنة	
6. نوجد نقط التقاطع بحل المعادلتين 1، 2 جبريا	$20X_1 + 10X_2 = 100$ $10X_1 + 10X_2 = 80$ نقطة التقاطع B (2,6)

7. نوجد نقط التقاطع بحل المعادلتين 2، 3 جبريا	$10X_1 + 10X_2 = 80$ $10X_2 = 40$ نقطة التقاطع C (4,4)

8. اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

النتيجة	$Min\ Z = 10X_1 + 12X_2$	النقطة	
120	**10(0) + 12(10)**	**0,10**	**A**
92	**10(2) + 12(6)**	**2,6**	**B**
88	**10(4) + 12(4)**	**4,4**	**C**

نلاحظ من اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

النقطة C تمثل الحل الأمثل

السبب : لأنها أقل رقم تحقق أقل تكلفة

ممكن ونعوض عنها في معادلات القيود لمعرفة الاستغلال الأمثل للموارد المتاحة

القرار الإداري:

يجب إنتاج 4 وحدة من المنتج الأول　　$X_1 = 4$

و إنتاج 4 وحدة من المنتج الثاني　　$X_2 = 4$

لكي يحقق أقل تكلفة ممكنه بمقدار 88 دينار　　$Z = 88$

مثال تطبيقي(15):

اوجد الحل الامثل لنموذج البرمجة الخطية التالية:

$$\textbf{Min } Z = 3X_1 + 5X_2$$

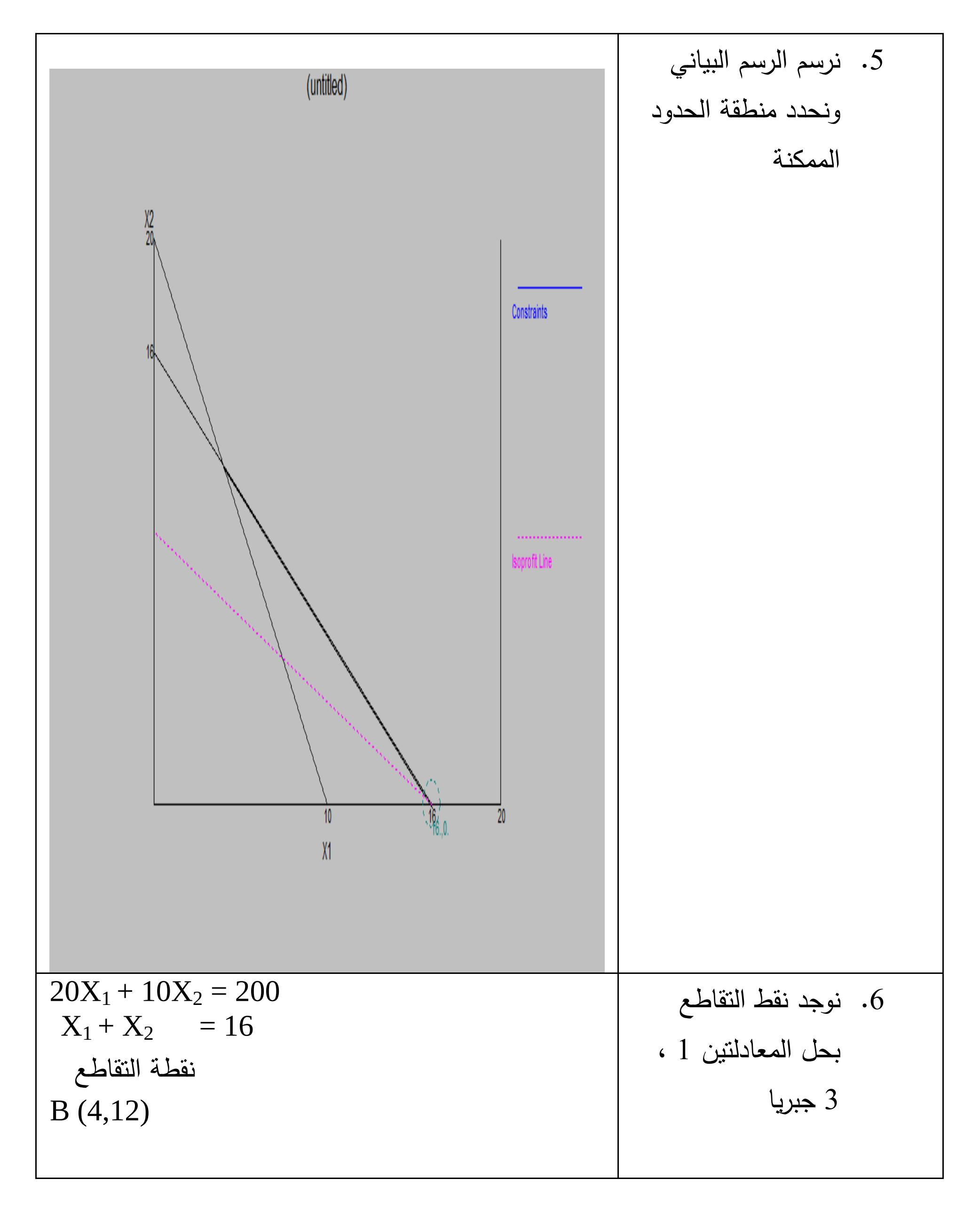
$$\textbf{SUBJECT TO: } 20X_1 + 10X_2 \geq 200$$

$$X_1 \leq 20$$

$$X_1 + X_2 = 16$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

1. نحول المتباينات إلى معادلات	$20X_1 + 10X_2 = 200$ $X_1 = 20$ $X_1 + X_2 = 16$
2. نوجد نقاط تقاطع المستقيمات بفرض كل مرة $X_1 = 0, X_2 = 0$ للقيد الأول	$20X_1 + 10X_2 = 200$ $X_1 = 0, X_2 = 0$ (0,10) (20,0)
3. بفرض كل مرة $X_1 = 0, X_2 = 0$ القيد الثاني	$X_1 = 20$ $X_2 = 0$ (20,0)
4. بفرض كل مرة $X_1 = 0, X_2 = 0$ القيد الثالث	$X_1 + X_2 = 16$ $X_1 = 0, X_2 = 0$ (0,16) (16,0)



الخطوة	
5. نرسم الرسم البياني ونحدد منطقة الحدود الممكنة	(الرسم البياني)
6. نوجد نقط التقاطع بحل المعادلتين 1 ، 3 جبريا	$20X_1 + 10X_2 = 200$ $X_1 + X_2 = 16$ نقطة التقاطع B (4,12)

7. اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

	النقطة	$Min\ Z = 3X_1 + 5X_2$	النتيجة
A	**16,0**	**3(16) + 5(0)**	**48**
B	**4,12**	**3(4) + 5(12)**	**72**

نلاحظ من اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

النقطة A تمثل الحل الأمثل

السبب : لأنها أقل رقم تحقق أقل تكلفة

ممكن ونعوض عنها في معادلات القيود لمعرفة الاستغلال الأمثل للموارد المتاحة

القرار الإداري:

يجب إنتاج 16 وحدة من المنتج الأول $X_1 = 16$

وعدم إنتاج أي وحدة من المنتج الثاني $X_2 = 0$

لكي يحقق أقل تكلفة ممكنه بمقدار 48 دينار $Z = 48$

نلاحظ في المثال السابق ميع القيود شاذة في الاشتراك في منطقة حلول مشتركة مما يعطي جوا من عدم الوضوح لدى باحث العمليات فالقرار يكون ان يبقى الحال على ما هو عليه ولن يكون هناك استثناء لأي قيد ويتم الرجوع الى المعلومات السابقة الاولية وتعديل ما يحتاج

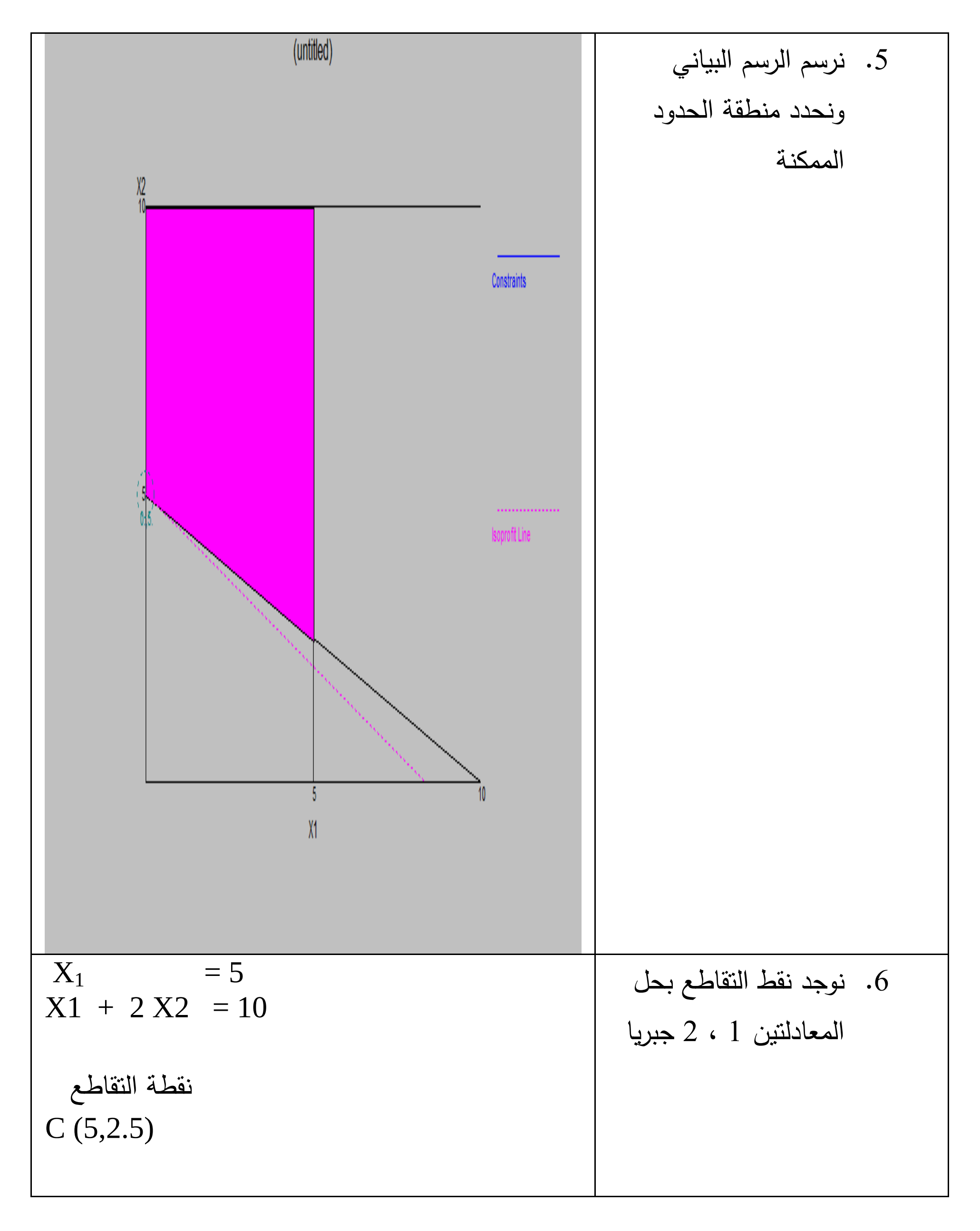
مثال تطبيقي(16):

اوجد الحل الامثل لنموذج البرمجة الخطية:

$$\textbf{MIN } Z = 3X_1 + 5X_2$$

$$\begin{aligned} \textbf{SUBJECT TO:} \quad & X_1 \le 5 \\ & X_2 \le 10 \\ & X_1 + 2X_2 \ge 10 \\ & X_1, X_2 \ge 0 \end{aligned}$$

1. نحول المتباينات إلى معادلات	$X_1 = 5$ $X_2 = 10$ $X1 + 2X2 = 10$
2. نوجد نقاط تقاطع المستقيمات بفرض كل مرة $X_1 = 0, X_2 = 0$ للقيد الأول	$X_1 = 5$ $X_2 = 0$ (5,0)
3. بفرض كل مرة $X_1 = 0, X_2 = 0$ القيد الثاني	$X_2 = 10$ $X_1 = 0$ (10,0)
4. بفرض كل مرة $X_1 = 0, X_2 = 0$ القيد الثالث	$X1 + 2X2 = 10$ $X_1 = 0, X_2 = 0$ (5,0) (10,0)

الخطوة	
5. نرسم الرسم البياني ونحدد منطقة الحدود الممكنة	
6. نوجد نقط التقاطع بحل المعادلتين 1 ، 2 جبريا	$X_1 = 5$ $X1 + 2\ X2 = 10$ نقطة التقاطع C (5,2.5)

7. نوجد نقط التقاطع بحل المعادلتين 1 ، 3 جبريا	$X_1 = 5$ $X1 + 2X2 = 10$ نقطة التقاطع D (5,10)

8. اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

النتيجة	$Min\ Z = 3X_1 + 5X_2$	النقطة	
50	**3(0) + 5(10)**	**0,10**	**A**
25	**3(0) + 5(5)**	**0,5**	**B**
27.5	**3(5) + 5(2.5)**	**5,2.5**	**C**
65	**3(5) + 5(10)**	**5,10**	**D**

نلاحظ من اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

النقطة B تمثل الحل الأمثل

السبب : لأنها أقل رقم تحقق أقل تكلفة

ممكن ونعوض عنها في معادلات القيود لمعرفة الاستغلال الأمثل للموارد المتاحة

القرار الإداري:

يجب عدم انتاج أي وحدة من المنتج الأول $X_1 = 0$

و إنتاج 5 وحدة من المنتج الثاني $X_2 = 5$

لكي يحقق أقل تكلفة ممكنه بمقدار 25 دينار $Z = 25$

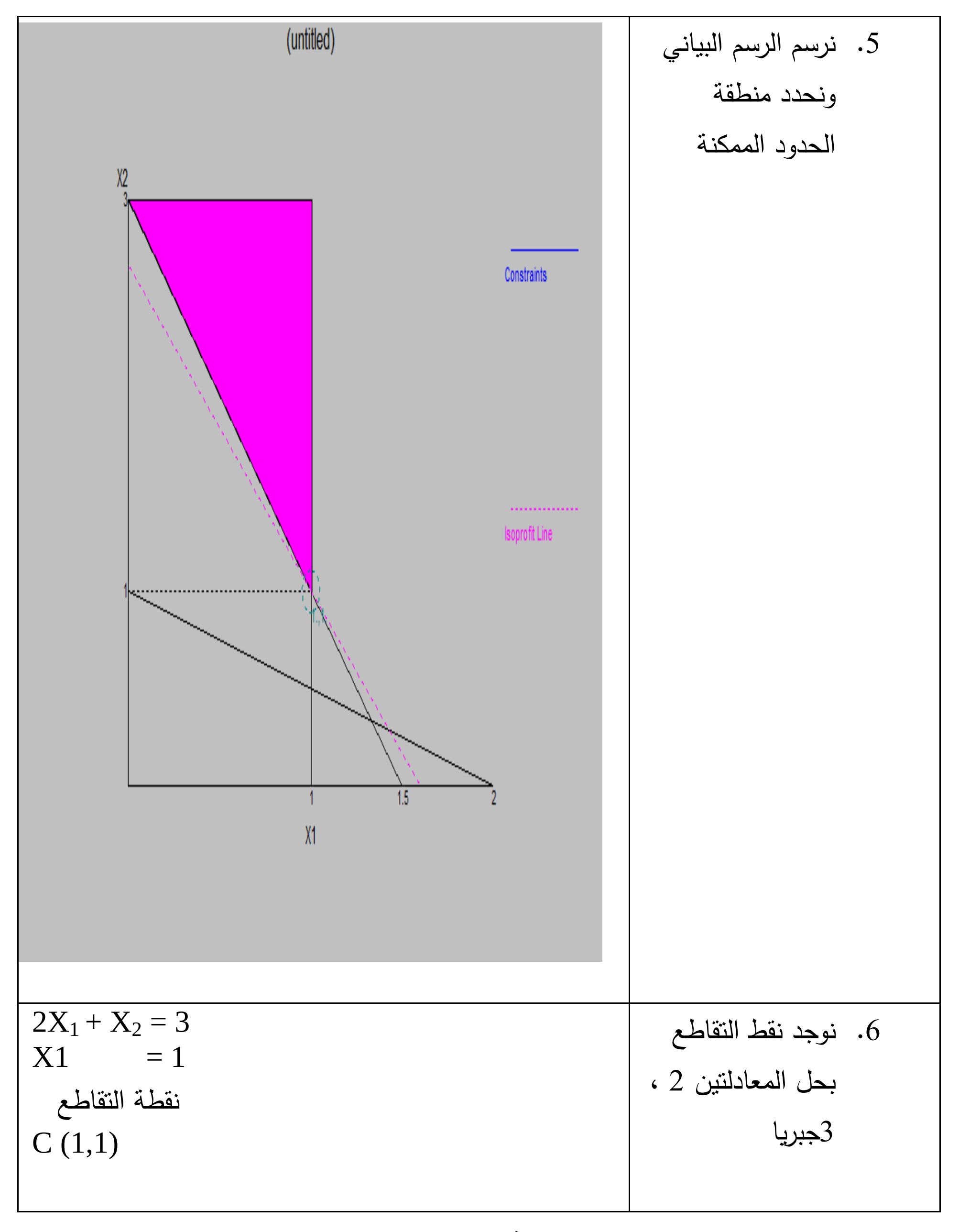
مثال تطبيقي(17):

اوجد الحل الامثل لنموذج البرمجة الخطية:

$$\text{Min } Z = 5X_1 + 3X_2$$

$$\begin{aligned} \text{Subject to:}\quad & X_1 + 2X_2 \geq 2 \\ & 2X_1 + X_2 \geq 3 \\ & X_1 \leq 1 \\ & X_1, X_2 \geq 0 \end{aligned}$$

1. نحول المتباينات إلى معادلات	$X_1 + 2X_2 = 2$ $2X_1 + X_2 = 3$ $X_1 = 1$
2. نوجد نقاط تقاطع المستقيمات بفرض كل مرة $X_1 = 0, X_2 = 0$ للقيد الأول	$X_1 + 2X_2 = 2$ $X_1 = 0, X_2 = 0$ (0,1) (2,0)
3. بفرض كل مرة $X_1 = 0, X_2 = 0$ القيد الثاني	$2X_1 + X_2 = 3$ $X_1 = 0, X_2 = 0$ (0,3) (1.5,0)
4. بفرض كل مرة $X_1 = 0, X_2 = 0$ القيد الثالث	$X_1 = 1$ $X_2 = 0$ (1,0)

<table>
<tr><td>5. نرسم الرسم البياني ونحدد منطقة الحدود الممكنة</td><td>
</td></tr>
<tr><td>6. نوجد نقط التقاطع بحل المعادلتين 2 ، 3جبريا</td><td>$2X_1 + X_2 = 3$
$X1 \quad = 1$
نقطة التقاطع
C (1,1)</td></tr>
</table>

7. اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

	النقطة	$\text{Min } Z = 5X_1 + 3X_2$	النتيجة
A	**0,3**	**5(0) + 3(3)**	**9**
B	**1,1**	**5(1) + 3(1)**	**8**

نلاحظ من اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

النقطة B تمثل الحل الأمثل

السبب : لأنها أقل رقم تحقق أقل تكلفة

ممكن ونعوض عنها في معادلات القيود لمعرفة الاستغلال الأمثل للموارد المتاحة

القرار الإداري:

يجب إنتاج 1 وحدة من المنتج الأول $X_1 = 1$

و إنتاج 1 وحدة من المنتج الثاني $X_2 = 1$

لكي يحقق أقل تكلفة ممكنه بمقدار 8 دينار $Z = 8$

مثال تطبيقي(18):

اوجد الحل الأمثل لنموذج البرمجة الخطية الآتي باستخدام الطريقة البيانية

Min $Z = 3X_1 + 10\ X_2$

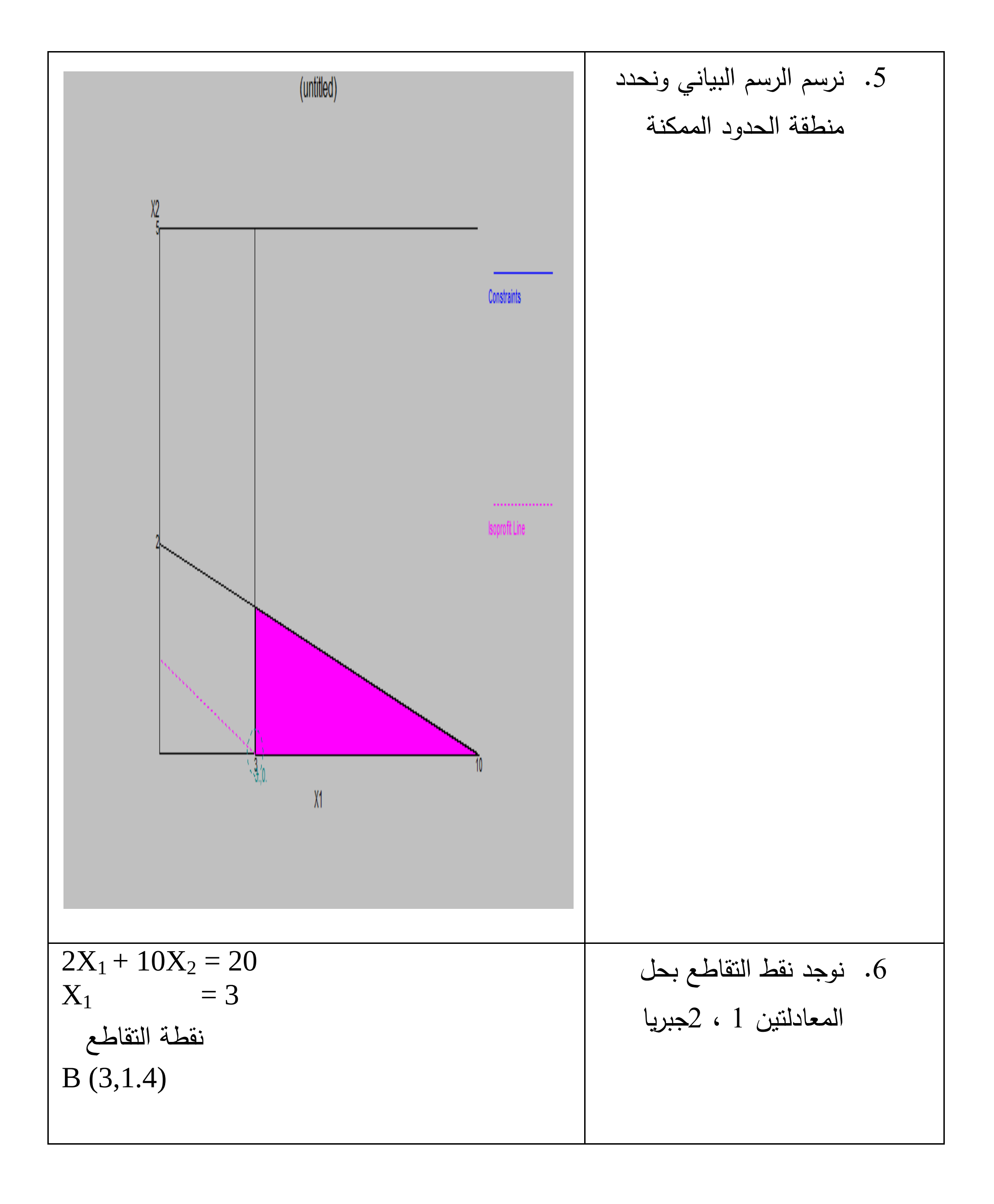
SUBJECT TO: $2\ X_1 + 10X_2 \ \leq 20$

$X_1 \geq 3$

$X_2 \leq 5$

$X_1\ ,\ X_2 \geq 0$

1. نحول المتباينات إلى معادلات	$2X_1 + 10X_2 = 20$ $X_1 = 3$ $X_2 = 5$
2. نوجد نقاط تقاطع المستقيمات بفرض كل مرة $X_1 = 0,\ X_2 = 0$ للقيد الأول	$2X_1 + 10X_2 = 20$ $X_1 = 0,\ X_2 = 0$ (0,2) (10,0)
3. بفرض كل مرة $X_1 = 0,\ X_2 = 0$ القيد الثاني	$X_1 = 3$ $X_2 = 0$ (3,0)
4. بفرض كل مرة $X_1 = 0,\ X_2 = 0$ القيد الثالث	$X_2 = 5$ $X_1 = 0$ (0,5)

5. نرسم الرسم البياني ونحدد منطقة الحدود الممكنة	
6. نوجد نقط التقاطع بحل المعادلتين 1 ، 2جبريا	$2X_1 + 10X_2 = 20$ $X_1 = 3$ نقطة التقاطع B (3,1.4)

7. اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

	النقطة	Min $Z = 3X_1 + 10X_2$	النتيجة
A	**3,0**	**3(0) + 10(3)**	**9**
B	**3,1.4**	**3(3) + 10(1.4)**	**23**
C	**10,0**	**3(10) + 10(0)**	**30**

نلاحظ من اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

النقطة A تمثل الحل الأمثل

السبب : لأنها أقل رقم تحقق أقل تكلفة

ممكن ونعوض عنها في معادلات القيود لمعرفة الاستغلال الأمثل للموارد المتاحة

القرار الإداري:

يجب إنتاج 3 وحدات من المنتج الأول $X_1 = 3$

وعدم إنتاج أي وحدة من المنتج الثاني $X_2 = 0$

لكي يحقق أقل تكلفة ممكنه بمقدار 9 دينار $Z = 9$

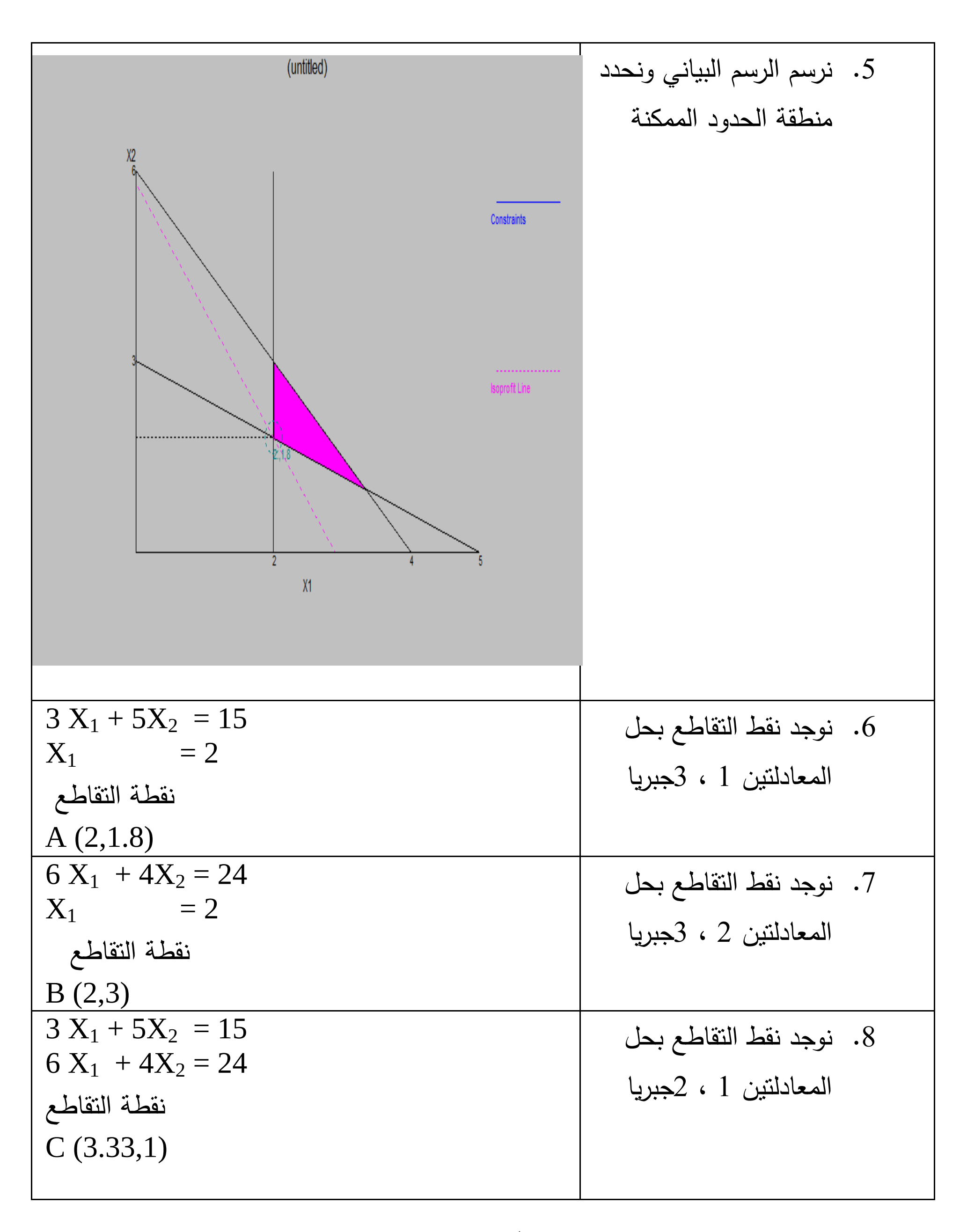
مثال تطبيقي(19):

اوجد الحل الأمثل لنموذج البرمجة الخطية الآتي باستخدام الطريقة البيانية

$$\text{Min } Z = 4X_1 + 2X_2$$

$$\text{SUBJECT TO: } 3X_1 + 5X_2 \geq 15$$
$$6X_1 + 4X_2 \leq 24$$
$$X_1 \geq 2$$
$$X_1, X_2 \geq 0$$

1. نحول المتباينات إلى معادلات	$3X_1 + 5X_2 = 15$ $6X_1 + 4X_2 = 24$ $X_1 = 2$
2. نوجد نقاط تقاطع المستقيمات بفرض كل مرة $X_1 = 0, X_2 = 0$ للقيد الأول	$3X_1 + 5X_2 = 15$ $X_1 = 0, X_2 = 0$ (0,3) (5,0)
3. بفرض كل مرة $X_1 = 0, X_2 = 0$ القيد الثاني	$6X_1 + 4X_2 = 24$ $X_1 = 0, X_2 = 0$ (0,6) (4,0)
4. بفرض كل مرة $X_1 = 0, X_2 = 0$ القيد الثالث	$X_1 = 2$ $X_2 = 0$ (2,0)

الخطوة	الحل
5. نرسم الرسم البياني ونحدد منطقة الحدود الممكنة	
6. نوجد نقط التقاطع بحل المعادلتين 1 ، 3جبريا	$3X_1 + 5X_2 = 15$ $X_1 = 2$ نقطة التقاطع A (2,1.8)
7. نوجد نقط التقاطع بحل المعادلتين 2 ، 3جبريا	$6X_1 + 4X_2 = 24$ $X_1 = 2$ نقطة التقاطع B (2,3)
8. نوجد نقط التقاطع بحل المعادلتين 1 ، 2جبريا	$3X_1 + 5X_2 = 15$ $6X_1 + 4X_2 = 24$ نقطة التقاطع C (3.33,1)

9. اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

	النقطة	$Min\ Z = 4X_1 + 2X_2$	النتيجة
A	**2,1.8**	**4(2) + 2(1.8)**	**11.6**
B	**2,3**	**4(2) + 2(3)**	**14**
C	**3.33,1**	**4(3.33) + 2(1)**	**15.32**

نلاحظ من اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

النقطة A تمثل الحل الأمثل

السبب : لأنها أقل رقم تحقق أقل تكلفة

ممكن ونعوض عنها في معادلات القيود لمعرفة الاستغلال الأمثل للموارد المتاحة

القرار الإداري:

يجب إنتاج 2 وحدة من المنتج الأول $X_1 = 2$

و إنتاج 1.8 وحدة من المنتج الثاني $X_2 = 1.8$

لكي يحقق أقل تكلفة ممكنه بمقدار 11.6 دينار $Z = 11.6$

ولكن في الحياة العملية يجب أن يكون هناك واقعية في القرارات التي لا تكون فيها كسور عندما تكون دالة ربح نقرب لأعلى لأننا نرغب في زيادة الأرباح وعندما تكون دالة هدف تقليل التكاليف نقرب إلى ادني لأننا نرغب في تقليل التكاليف

فيكون القرار: إنتاج وحدتين من المنتج الأول ووحدة واحدة من المنتج الثاني لكي يحقق اقل تكلفة ممكنة بمقدار 10 دنانير

حالة وجود اربع قيود:

مثال تطبيقي(20):

اوجد الحل الامثل لنموذج البرمجة الخطية التالي:

Min Z = $X_1 + 2X_2$

SUBJECT TO: $X_1 + 3X_2 \geq 90$

$8X_1 + 2X_2 \geq 160$

$3X_1 + 2X_2 \geq 120$

$X_2 \leq 100$

$X_1, X_2 \geq 0$

$20X_1 + 10X_2 = 90$ $8X_1 + 2X_2 = 160$ $3X_1 + 2X_2 = 120$ $X_2 = 100$	1. نحول المتباينات إلى معادلات
$20X_1 + 10X_2 = 90$ $X_1 = 0, X_2 = 0$ (0,9) (4.5,0)	2. نوجد نقاط تقاطع المستقيمات بفرض كل مرة $X_1 =$ 0, $X_2 = 0$ للقيد الأول
$8X_1 + 2X_2 = 160$ $X_1 = 0, X_2 = 0$ (0,80) (20,0)	3. بفرض كل مرة $X_1 = 0,$ $X_2 = 0$ القيد الثاني

4. بفرض كل مرة $X_1 = 0$, $X_2 = 0$ القيد الثالث	$3X_1 + 2X_2 = 120$ $X_1 = 0, X_2 = 0$ (0,60) (40,0)
5. بفرض كل مرة $X_1 = 0$, $X_2 = 0$ القيد الرابع	$X_2 = 100$ $X_1 = 0$ (0,100)
6. نرسم الرسم البياني ونحدد منطقة الحدود الممكنة	(untitled) X2 100 80 60 30 Constraints Isoprofit Line 25.71,21.43 20 40 90 X1

7. نوجد نقط التقاطع بحل المعادلتين 2 ، 3 جبريا	$8X_1 + 2X_2 = 160$ $3X_1 + 2X_2 = 120$ نقطة التقاطع C (8,48)
8. نوجد نقط التقاطع بحل المعادلتين 1 ، 3 جبريا	$20X_1 + 10X_2 = 90$ $3X_1 + 2X_2 = 120$ نقطة التقاطع D (25.7,21.4)

9. اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

النتيجة	$\text{Min } Z = 1X_1 + 2X_2$	النقطة	
200	**1(0) + 2(0)**	**0,100**	**A**
160	**1(0) + 2(80)**	**0,80**	**B**
104	**1(4) + 2(48)**	**8,48**	**C**
68.5	**1(25.7)+ 2(21.4)**	**25.7,21.4**	**D**
90	**1(90) + 2(0)**	**90,0**	**E**

نلاحظ من اختبار منطقة الحلول الممكنة في دالة الهدف:

النقطة D تمثل الحل الأمثل

السبب : لأنها أقل رقم تحقق أقل تكلفة

ممكن ونعوض عنها في معادلات القيود لمعرفة الاستغلال الأمثل للموارد المتاحة

القرار الإداري:

يجب إنتاج 25.7 وحدة من المنتج الأول $X_1 = 25.7$ 25

و إنتاج 21.4 وحدة من المنتج الثاني $X_2 = 21.4$ 21

لكي يحقق أقل تكلفة ممكنه بمقدار 68.5 دينار $Z = 68.5$ **67**

في الحياه العملية لا يمكن انتاج كسور فيكون القرار $Z = 67$, $X2= 21$, $X1 = 25$

ماذا يعاب على الرسم البياني في البرمجة الخطية؟

1. عدم دقة الرسم التي تسمح بإيجاد نقط التقاطع بيانيا
2. عند زيادة عدد القيود تجعل الرسم معقدا أكثر
3. تغير إشارة المتباينات في القيود تؤثر دوما في تحديد منطقة الحلول الممكنة
4. أي تغير في اشارة المتباينة في القيد فانه يتم تغير منطقة الحلول الممكنة وبالتالي تغير في القرار الاداري
5. ليس دوما تكون نقطة تقاطع القيود هي الحل الامثل انما التي تحقق شرط دالة الهدف المرجو اما تعظيم الربح او تقليل التكاليف

الحالات الخاصة من البرمجة الخطية في الطريقة البيانية:

1- التكرار أو التفسخ Redundant, Degeneracy

احد القيود لا يؤثر على الحل

2- **وجود أكثر من حل بديل Alternative Solution**

تكون قيمة دالة الهدف واحدة والمتغيرات أكثر من حالة

3- **لا توجد منطقة حل Infeasible Solution**

لا يوجد تقاطع الحالة متعاكسة

4- منطقة حل غير محصورة Unbounded Solution Space

تكون غير محددة ومفتوحة من احد الجنبين

النموذج الثاني من البرمجة الخطية Linear Programming

طريقة المبسطة الصف البسيط السمبلكس (Simplex Method)

تعتبر طريقة السمبلكس (الحل بالجداول) لمسائل البرمجة الخطية لأكثر من متغيرين اساسين من أفضل إنجازات القرن السابق في بحوث العمليات ، فقد أمكن وضع برامج حاسب آلي لتطبيق هذه الطريقة للحل وبالتالي أمكن للدارسين حل مسائل برمجة خطية من عده مئات أو ألوف من المتغيرات في ظرف ثوان ، وفي هذا الفصل سنشرح طريق السمبلكس دون التعرض للأساس الرياضي خلف ذلك وإنما لأسلوب الحل بالجداول وكيفية الانتقال من جدول لآخر ومتى نتوقف (اختبار الأمثلية) الوصول للحل الأمثل.

خطوات حل السمبلكس

1- تحويل النظام البرمجة العادي إلى شكل قياسي STANDARD FROM

2- تحويل المتباينات إلى معادلات (حالة تساوي =) ويتم ذلك بإضافة متغيرات إضافية (وهمية slack variable) رمزها S

<u>والمتغيرات الوهمية لا تؤثر على الحل ولا تؤثر على دالة الهدف وتسمى برقم القيد</u>

3- حالات دالة الهدف (تعظيم الأرباح، تقليل الأهداف)

في حالة التعظيم :

رمز المتباينات إن كان اقل أو يساوي نضيف متغير وهمي ≤ S + *وهذا الشائع*

إن كان اكبر أو يساوي نطرح متغير وهمي ≥ S − *وهذا الشاذ*

في حالة التقليل:

رمز المتباينات :

إن كان اقل أو يساوي نضيف متغير وهمي $\leq$ S + *وهذا القيد ليس له تأثير في الحل*

إن كان اكبر أو يساوي نطرح متغير وهمي ونضيف متغير اصطناعي $\geq$ −S + R

إن كان القيد إشارته = نضيف متغير اصطناعي فقط R+

<u>والمتغيرات الاصطناعية لا تؤثر على الحل ولكن تؤثر على دالة الهدف لذلك تضرب بحرف M وتضاف إلى دالة الهدف</u>

ما هو هدف التحويل من نموذج أولي إلى نموذج قياسي؟

الهدف هو تحويل النموذج البرمجي إلى نموذج قياسي ليسهل حله السمبلكس

ما هي طريقة التحويل للشكل القياسي؟

1. نقل جميع الحدود في دالة الهدف إلي جهة Z حيث أنها تبقى دوما موجبة وتحول إلى معادلة صفرية وتصبح معاملات المتغيرات الأساسية ....X1,X2, سالبة
2. تحويل القيود إلى معادلات بعد إضافة المتغيرات الوهمية وتسمى برقم القيد أو تطرح حسب نوع إشارة المتباينات في حالة الMAX
3. لكن في حالة MIN تضرب القيود في Mثم تضاف إلى دالة الهدف وتحول صفرية

ما الفرق بين: النموذج الأولي، النموذج القياسي، النموذج المقابل؟

النموذج الأولي: هو النموذج الأصلي المصاغ من المشكلة البرمجية نفسها

النموذج القياسي: هو النموذج المحول من النموذج الأصلي لحله بطريق السمبلكس

النموذج المقابل: هو النموذج المستخدم عند عدم القدرة على حلة بطريقة السمبلكس

مثال توضيحي:

حول النموذج الأتي إلى نموذج قياسي فقط

$\mathbf{MAX\ Z = 5X_1 + 3X_2}$ $\mathbf{SUBJECT\ TO:\ 4X_1 + 3X_2 \leq 2}$ $\mathbf{2X_1 + X_2 \geq 3}$ $\mathbf{X_1 , X_2 \geq 0}$	$\mathbf{Z - 5X_1 - 3X_2 = 0}$ $\mathbf{4X_1 + 3X_2 + S_1 = 2}$ $\mathbf{2X_1 + X_2 - S_2 = 3}$

استخدامات السمبلكس يستخدم في ظل وجود متغيرين وأكثر من ثلاث متغيرات أساسية.

الحالة الأولى: حالة تعظيم الأرباح : MAXIMIZATION

ما هي خطوات الحل بطريقة السمبلكس في حالة تعظيم الأرباح؟

1- تحويل النموذج البرمجي العادي إلى نموذج قياسي حسب شكل القيود :
رمز المتباينات إن كان اقل أو يساوي نضيف متغير وهمي $\leq$ S +
إن كان اكبر أو يساوي نطرح متغير وهمي $\geq$ S -
و تحويل دالة الهدف Z إلى معادلة صفرية.

2- إنشاء جدول ويتم ترتيب المعاملات فيها ويسمى جدول الحل الأساسي الأولي.

3- ننظر إلى صف دالة الهدف صف Z ونختار **اصغر قيمة سالبة** ويسمى عمود الارتكاز العمود المحوري وذلك لتحديد عمود المتغير الداخل(عمود الارتكاز).

4- نقوم باختيار العمود الارتكاز العمود المحوري عمود المتغير الداخل الذي يتم العمل عليه وذلك بتحديد البؤرة وعناصر التبديل

5- يتم قسمة كميات الحل الموجودة في العمود اليمين SOLUTION على معامل المقابل له في عمود الارتكاز (العمود المحوري)

6- نختار اقل قيمة موجبة التي تظهر في عمود ال RATIO نترك السالب والصفر وغير المعرف نختار الموجب فقط. ويتم تحديد صف الارتكاز أو صف المتغير الخارج.

7- لتحديد البؤرة: وهي نقطة تقاطع العمود المتغير الداخل في عمود الارتكاز مع صف المتغير الخارج في صف الارتكاز

8- نقسم الصف بكاملة على البؤرة وبالتالي ينتقل المتغير الداخل ويصبح صف جديد في الجدول الثاني ويسمى بالمعادلة المحورية أو المعادلة الممهدة (وتصبح البؤرة =1)

9- يتم تكوين الجدول الجديد بوضع المعادلة المحورية ويتم العمل عليها بإنشاء صفوف جديدة في الجدول الثاني ننظر لكل عنصر من عناصر التبديل الموجودة في عمود الارتكاز و نستخدم القانون الأتي :

سالب عنصر التبديل × المعادلة المحورية (الممهدة)

+ المعادلة القديمة (الأصلية في الجدول السابق)

= معادلة جديدة (في الجدول الجديد)

10-يتم النظر كل مرة إلى صف Z دالة الهدف إذا كان أرقام موجبة واصفار يعني توصلنا للحل الأمثل إما إذا كانت قيمة سالبة نعيد تكرار الخطوات مرة أخرى حتى نتوصل للحل الأمثل

11-تكون القيم في عمود الكميات أو الحل هي حل الأمثل التي توصلنا إلى إيجاد قيم X1 , X2

نعوض عنها في دالة الهدف Z بالتالي نتأكد من الحل

أو نحل المعادلتين جبريا بذلك تكون خطوات إضافية للتأكد من الحل

ملاحظة هامة:

إذا تساوت القيم الموجودة في عمود النسب RATIO فانه يتم النظر إلي عمود المتغيرات VARIABLES يتم اختيار المتغيرات الوهمية غير الأساسية وتطرد وتبقى المتغيرات الأساسية ثابتة

تعريفات هامة:

العنصر المحوري البؤرة: PIVOT ELEMENT

هي القيمة التي يتقاطع معها صف المتغير الخارج Leaving Variable

مع عمود المتغير الداخلEntering Variable

أو القيمة التي يتقاطع معها عمود الارتكاز مع صف الارتكاز

المعادلة المحورية الممهدة : PIVOT EQUATION

المعادلة أو الصف الناتج بعد (قسمة صف المتغير الخارج على العنصر المحوري البؤرة)

أو قسمة صف الارتكاز على العنصر المحوري (البؤرة)

بمعنى قسمة الصف الأصلي الأساسي على البؤرة

عناصر التبديل:Alternative Elements

العنصر الذي يتم ضربة في المعادلة المحورية، وهو موجود في عمود المتغير الداخل (عمود الارتكاز) بخلاف البؤرة

حالة تعظيم الأرباح MAXIMIZATION
في وجود متغيرين فقط

مثال تطبيقي(1):
اوجد الحل الأمثل للنموذج الأتي باستخدام السمبلكس:

$MAX\ Z = 50X_1 + 120X_2$ SUBJECT TO: $2X_1 + 4X_2 \leq 80$ $3X_1 + X_2 \leq 60$ $X_1 , X_2 \geq 0$	$Z - 50X_1 - 120X_2 = 0$ $2X_1 + 4X_2 + S_1 = 80$ $3X_1 + X_2 + S_2 = 60$

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	Solution	Ratio
S1	2	4	1	0	80	80/4=20
S2	3	1	0	1	60	60/1=60
Z	-50	-120	0	0	0	
X2	1/2	1	1/4	0	20	محورية
-1(X2)	-1/2	-1	-1/4	0	-20	
OLDS2	3	1	0	1	60	
NEWS2	5/2	0	-1/4	1	40	
120(X2)	60	120	30	0	2400	
OLDZ	-50	-120	0	0	0	
NEWZ	10	0	30	0	2400	

X2	1/2	1	1/4	0	20	
S2	5/2	0	-1/4	1	40	
Z	10	0	30	0	2400	

توصلنا الي الحل الامثل من خلال صف دالة الهدف المحتوي على القيم الموجبة والاصفار

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	Solution	Ratio
S1	2	4	1	0	80	جدول الحل الاولي
S2	3	1	0	1	60	
Z	-50	-120	0	0	0	
X2	1/2	1	1/4	0	20	جدول الحل الثاني
S2	5/2	0	-1/4	1	40	
Z	10	0	30	0	2400	

القرار الإداري:

عدم إنتاج أي وحدة من المنتج الأول، وإنتاج 20 وحدة من المنتج الثاني
ليحقق أعلى ربح ممكن بمقدار 2400 دينار
ويمكن التأكد من صحة الحل بالتعويض في دالة الهدف

مثال تطبيقي(2):

اوجد الحل الأمثل للنموذج الأتي باستخدام السمبلكس:

$MAX\ Z = 9X_1 + 7X_2$ SUB TO: $2X_1 + 4X_2 \leq 40$ $X_1 + 3X_2 \leq 30$ $X_1, X_2 \geq 0$	$Z - 9X_1 - 7X_2 = 0$ $2X_1 + 4X_2 + S_1 = 40$ $X_1 + 3X_2 + S_2 = 30$

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	Solution	Ratio
S1	2	4	1	0	40	40/2=20
S2	1	3	0	1	30	30/1=30
Z	-9	-7	0	0	0	
X1	1	2	1/2	0	20	محورية
-1(X1)	-1	-2	-1/2	0	-20	
OLDS2	1	3	0	1	30	
NEWS2	0	1	-1/2	1	10	
9(X1)	9	18	9/2	0	180	
OLDZ	-9	-7	0	0	0	
NWEZ	0	11	9/2	0	180	
X1	1	2	1/2	0	20	
S2	0	1	-1/2	1	10	
Z	0	11	9/2	0	180	

Variable	X1	X2	S1	S2	Solution	Ratio
S1	2	4	1	0	40	جدول الحل الاولي
S2	1	3	0	1	30	
Z	-9	-7	0	0	0	
X1	1	2	1/2	0	20	جدول الحل الثاني
S2	0	1	-1/2	1	10	
Z	0	11	9/2	0	180	

القرار الإداري:

إنتاج 20 وحدة من المنتج الأول، وعدم إنتاج أي وحدة من المنتج الثاني

ليحقق أعلى ربح ممكن بمقدار 180 دينار

ويمكن التأكد من صحة الحل بالتعويض في دالة الهدف

مثال تطبيقي(3):

اوجد الحل الأمثل للنموذج الأتي باستخدام السمبلكس:

$MAX\ Z = 3X_1 + 5X_2$ SUB TO: $X_2 \leq 6$ $3X_1 + 2X_2 \leq 18$ $X_1, X_2 \geq 0$	$Z - 3X_1 - 5X_2 = 0$ $X_2 + S_1 = 6$ $3X_1 + 2X_2 + S_2 = 18$

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	Solution	Ratio
S1	0	1	1	0	6	6/1=6
S2	3	2	0	1	18	18/2=9
Z	-3	-5	0	0	0	
X2	0	1	1	0	6	محورية
-2(X2)	0	-2	-2	0	-12	
OLD S2	3	2	0	1	18	
NEW S2	3	0	-2	1	6	
5(X2)	0	5	5	0	30	
OLD Z	-3	-5	0	0	0	
NEW Z	-3	0	5	0	30	
X2	0	1	1	0	6	6/0= ∞
S2	3	0	-2	1	6	6/3=2
Z	-3	0	5	0	30	

X1	1	0	-2/3	1/3	2	محورية
0(X1)	0	0	0	0	0	
OLD X2	0	1	1	0	6	
NEW X2	0	1	1	0	6	
3(X1)	3	0	-2	1	6	
OLD Z	-3	0	5	0	30	
NEW Z	0	0	3	1	36	
X1	1	0	-2/3	1/3	2	
X2	0	1	1	0	6	
Z	0	0	3	1	36	

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	Solution	Ratio
S1	0	1	1	0	6	جدول الحل الاولي
S2	3	2	0	1	18	
Z	-3	-5	0	0	0	
X2	0	1	1	0	6	جدول الحل الثاني
S2	3	0	-2	1	6	
Z	-3	0	5	0	30	
X1	1	0	-2/3	1/3	2	جدول الحل الثالث
X2	0	1	1	0	6	
Z	0	0	3	1	36	

القرار الإداري:

إنتاج 2 وحدة من المنتج الأول، وإنتاج 6 وحدات من المنتج الثاني

ليحقق أعلى ربح ممكن بمقدار 36 دينار

ويمكن التأكد من صحة الحل بالتعويض في دالة الهدف

مثال تطبيقي(4):

اوجد الحل الأمثل للنموذج الأتي باستخدام السمبلكس:

MAX $Z = 10X_1 + 8X_2$ SUB TO: $4X_1 + 2X_2 \leq 80$ $X_1 + 2X_2 \leq 50$ $X_1, X_2 \geq 0$	$Z - 10X_1 - 8X_2 = 0$ $4X_1 + 2X_2 + S_1 = 80$ $X_1 + 2X_2 + S_2 = 50$

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	Solution	Ratio
S1	4	2	1	0	80	80/4=20
S2	1	2	0	1	50	50/1=50
Z	-10	-8	0	0	0	
X1	1	1/2	1/4	0	20	محورية
-1(X1)	-1	-1/2	-1/4	0	-20	
OLD S2	1	2	0	1	50	
NEW S2	0	3/2	-1/4	1	30	
10(X1)	10	5	5/2	0	200	
OLD Z	-10	-8	0	0	0	
NEW Z	0	-3	5/2	0	200	
X1	1	1/2	1/4	0	20	20*2=40
S2	0	3/2	-1/4	1	30	30*2/3=20
Z	0	-3	5/2	0	200	

X2	0	1	-1/6	2/3	20	محورية
-1/2(X2)	0	-1/2	1/12	-1/3	-10	
OLD X1	1	1/2	1/4	0	20	
NEW X1	1	0	1/3	-1/3	10	
3(X2)	0	3	-1/2	2	60	
OLD Z	0	-3	5/2	0	200	
NEW Z	0	0	2	2	260	
X2	0	1	-1/6	2/3	20	
X1	1	0	1/3	-1/3	10	
Z	0	0	2	2	260	

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	Solution	Ratio
S1	4	2	1	0	80	جدول الحل الاولي
S2	1	2	0	1	50	
Z	-10	-8	0	0	0	
X1	1	1/2	1/4	0	20	جدول الحل الثاني
S2	0	3/2	-1/4	1	30	
Z	0	-3	5/2	0	200	
X2	0	1	-1/6	2/3	20	جدول الحل الثالث
X1	1	0	1/3	-1/3	10	
Z	0	0	2	2	260	

القرار الإداري:

إنتاج 10 وحدات من المنتج الأول، وإنتاج 20 وحدة من المنتج الثاني

ليحقق أعلى ربح ممكن بمقدار 260 دينار

ويمكن التأكد من صحة الحل بالتعويض في دالة الهدف

مثال تطبيقي(5):

اوجد الحل الأمثل للنموذج الأتي باستخدام السمبلكس:

$MAX\ Z = 10X_1 + 40X_2$ SUBJECT TO: $X_1 + 2X_2 \leq 100$ $X_1 + 5X_2 \leq 150$ $X_1, X_2 \geq 0$	$Z - 10X_1 - 40X_2 = 0$ $X_1 + 2X_2 + S_1 = 100$ $X_1 + 5X_2 + S_2 = 150$

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	Solution	Ratio
S1	1	2	1	0	100	100/2=50
S2	1	5	0	1	150	150/5=30
Z	-10	-40	0	0	0	
X2	1/5	1	0	1/5	30	محورية
-2(X2)	-2/5	-2	0	-2/5	-60	
OLD S1	1	2	1	0	100	
NEW S1	3/5	0	1	-2/5	40	
40(X2)	8	40	0	8	1200	
OLD Z	-10	-40	0	0	0	
NEW Z	-2	0	0	8	1200	
X2	1/5	1	0	1/5	30	30*5= 150
S1	3/5	0	1	-2/5	40	40*5/3= 200/3
Z	-2	0	0	8	1200	

X1	1	0	5/3	-2/3	200/3	محورية
-1/5(X1)	-1/5	0	-1/3	2/15	-40/3	
OLD X2	1/5	1	0	1/5	30	
NEW X2	0	1	-1/3	5/15	50/3	
2(X1)	2	0	10/3	-4/3	400/3	
OLD Z	-2	0	0	8	1200	
NEW Z	0	0	10/3	20/3	4000/3	
X1	1	0	5/3	-2/3	200/3	
X2	0	1	-1/3	5/15	50/3	
Z	0	0	10/3	20/3	4000/3	

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	Solution	Ratio
S1	1	2	1	0	100	جدول الحل الاولي
S2	1	5	0	1	150	
Z	-10	-40	0	0	0	
X2	1/5	1	0	1/5	30	جدول الحل الثاني
S1	3/5	0	1	-2/5	40	
Z	-2	0	0	8	1200	
X1	1	0	5/3	-2/3	200/3	جدول الحل الثالث
X2	0	1	-1/3	5/15	50/3	
Z	0	0	10/3	20/3	4000/3	

القرار الإداري:

إنتاج 200/3 وحدات من المنتج الأول، وإنتاج 50/3 وحدة من المنتج الثاني

ليحقق أعلى ربح ممكن بمقدار 4000/3 دينار = 1333.33

ويمكن التأكد من صحة الحل بالتعويض في دالة الهدف

ولكن في الحياه العملية لا يمكن انتاج بالكسور

وبما ان دالة الهدف تعظيم ارباح فيجب ان يتم تقريب الي اعلي

بمعني ان الانتاج من المنتج الاول = 66.66 بالتقريب يكون 67 وحدة

والانتاج من المنتج الثاني = 16.66 بالتقريب يكون 17 وحدة

ليحقق اعلي ربح ممكن بمقدار = 1350 دينار

مثال تطبيقي(6):

اوجد الحل الأمثل للنموذج الأتي باستخدام السمبلكس:

MAX $Z = 8X_1 + 5X_2$ SUBJECT TO: $X_1 + X_2 \leq 10$ $X_1 \leq 6$ $X_1, X_2 \geq 0$	$Z - 8X_1 - 5X_2 = 0$ $X_1 + X_2 + S_1 = 10$ $X_1 + S_2 = 6$

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	Solution	Ratio
S1	1	1	1	0	10	10/1=10
S2	1	0	0	1	6	6/1=6
Z	-8	-5	0	0	0	
X1	1	0	0	1	6	محورية
-1(X1)	-1	0	0	-1	-6	
OLD S1	1	1	1	0	10	
NEW S1	0	1	1	-1	4	
8(X1)	8	0	0	8	48	
OLD Z	-8	-5	0	0	0	
NEW Z	0	-5	0	8	48	
X1	1	0	0	1	6	6/0=∞
S1	0	1	1	-1	4	4/1=4
Z	0	-5	0	8	48	

X2	0	1	1	-1	4	محورية
0(X2)	0	0	0	0	0	
OLD X1	1	0	0	1	6	
NEW X1	1	0	0	1	6	
5(X2)	0	5	5	-5	20	
OLD Z	0	-5	0	8	48	
NEW Z	0	0	5	3	68	
X2	0	1	1	-1	4	
X1	1	0	0	1	6	
Z	0	0	5	3	68	

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	Solution	Ratio
S1	1	1	1	0	10	جدول الحل الاولي
S2	1	0	0	1	6	
Z	-8	-5	0	0	0	
X1	1	0	0	1	6	جدول الحل الثاني
S1	0	1	1	-1	4	
Z	0	-5	0	8	48	
X2	0	1	1	-1	4	جدول الحل الثالث
X1	1	0	0	1	6	
Z	0	0	5	3	68	

القرار الإداري:

إنتاج 6 وحدات من المنتج الأول، وإنتاج 4 وحدة من المنتج الثاني

ليحقق أعلى ربح ممكن بمقدار 68 دينار

ويمكن التأكد من صحة الحل بالتعويض في دالة الهدف

مثال تطبيقي(7):

اوجد الحل الأمثل للنموذج الأتي باستخدام السمبلكس:

$MAX\ Z = 2X_1 + 3X_2$	$Z - 2X_1 - 3X_2 = 0$
SUBJECT TO: $X_1 + 2X_2 \leq 20$	$X_1 + 2X_2 + S_1 = 20$
$X_1 + X_2 \leq 12$	$X_1 + X_2 + S_2 = 12$
$X_1 , X_2 \geq 0$	

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	Solution	Ratio
S1	1	2	1	0	20	20/2 = 10
S2	1	1	0	1	12	12/1 = 12
Z	-2	-3	0	0	0	
X2	1/2	1	1/2	0	10	المحورية
-1(X2)	-1/2	-1	-1/2	0	-10	
OLD S2	1	1	0	1	12	
NEW S2	1/2	0	-1/2	1	2	
3(X2)	3/2	3	3/2	0	30	
OLD Z	-2	-3	0	0	0	
NEW Z	-1/2	0	3/2	0	30	
X2	1/2	1	1/2	0	10	10/1/2= 20
S2	1/2	0	-1/2	1	2	2/1/2=4
Z	-1/2	0	3/2	0	30	

X1	1	0	-1	2	4	محورية
-1/2(X1)	-1/2	0	1/2	-1	-2	
OLD X2	1/2	1	1/2	0	10	
NEW X2	0	1	1	-1	8	
1/2(X1)	1/2	0	-1/2	1	2	
OLD Z	-1/2	0	3/2	0	30	
NEW Z	0	0	1	1	32	الحل امثل
X1	1	0	-1	2	4	جدول الحل الثالث
X2	0	1	1	-1	8	
Z	0	0	1	1	32	

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	Solution	Ratio
S1	1	2	1	0	20	جدول الحل الأول
S2	1	1	0	1	12	
Z	-2	-3	0	0	0	
X2	1/2	1	1/2	0	10	جدول الحل الثاني
S2	1/2	0	-1/2	1	2	
Z	-1/2	0	3/2	0	30	
X1	1	0	-1	2	4	جدول الحل الثالث
X2	0	1	1	-1	8	
Z	0	0	1	1	32	

القرار الإداري:

إنتاج 4 وحدات من المنتج الأول، وإنتاج 8 وحدات من المنتج الثاني

ليحقق أعلى ربح ممكن بمقدار 32 دينار

ويمكن التأكد من صحة الحل بالتعويض في دالة الهدف

مثال تطبيقي(8):

اوجد الحل الامثل لنموذج البرمجة الخطية التالي باستخدام طريقة السمبلكس:

MAX $Z = 5X_1 + 6X_2$ **SUBJECT TO:** $2X_1 + 3X_2 \leq 30$ $5X_1 + 4X_2 \leq 60$ $X_1, X_2 \geq 0$	$Z - 5X_1 - 6X_2 = 0$ $2X_1 + 3X_2 + S1 = 30$ $5X_1 + 4X_2 + S2 = 60$

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	Solution	Ratio
S1	2	3	1	0	30	30/3=10
S2	5	4	0	1	60	60/4=15
Z	-5	-6	0	0	0	
X2	2/3	1	1/3	0	10	محورية
-4(X2)	-8/3	-4	-4/3	0	-40	
OLD S2	5	4	0	1	60	
NEW S2	7/3	0	-4/3	1	20	
6(X2)	4	6	2	0	60	
OLD Z	-5	-6	0	0	0	
NEW Z	-1	0	2	0	60	
X2	2/3	1	1/3	0	10	10*3/2=15
S2	7/3	0	-4/3	1	20	20*3/7=60/7
Z	-1	0	2	0	60	

X1	1	0	-4/7	3/7	60/7	محورية
-2/3(X1)	-2/3	0	8/21	-2/7	-40/7	
OLD X2	2/3	1	1/3	0	10	
NEW X2	0	1	15/21	-2/7	30/7	
1(X1)	1	0	-4/7	3/7	60/7	
OLD Z	-1	0	2	0	60	
NEW Z	0	0	10/7	3/7	480/7	
X1	1	0	-4/7	3/7	60/7	
X2	0	1	15/21	-2/7	30/7	
Z	0	0	10/7	3/7	480/7	

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	Solution	Ratio
S1	2	3	1	0	30	جدول الحل الأول
S2	5	4	0	1	60	
Z	-5	-6	0	0	0	
X2	2/3	1	1/3	0	10	جدول الحل الثاني
S2	7/3	0	-4/3	1	20	
Z	-1	0	2	0	60	
X1	1	0	-4/7	3/7	60/7	جدول الحل الثالث
X2	0	1	15/21	-2/7	30/7	
Z	0	0	10/7	3/7	480/7	

القرار الإداري:

إنتاج 60/7 **وحدات من المنتج الأول = 8.5،**

وإنتاج 30/7 **وحدات من المنتج الثاني = 4.5**

ليحقق أعلى ربح ممكن بمقدار 480/7 **دينار = 68.5**

ويمكن التأكد من صحة الحل بالتعويض في دالة الهدف

ولكن في الحياة العملية لا يصلح إنتاج بالكسور وبما أن داله الهدف ربح يتم التقريب لأعلي فيكون القرار: إنتاج 9 وحدات من المنتج الأول، وإنتاج 5 وحدات من المنتج الثاني لكي يحقق أعلى ربح ممكن بمقدار 75 دينار

مثال تطبيقي(9):

اوجد الحل الامثل لنموذج البرمجة الخطية التالي باستخدام طريقة السمبلكس:

حالة تساوي معاملات صف دا\لة الهدف؟

يتم اختيار أي من القيميتين كلاهما صحيح في تحديد عمود الارتكاز

MAX $Z = 10X_1 + 10X_2$ **SUBJECT TO: $2X_1 + 4X_2 \leq 20$** **$3X_1 \leq 15$** **$X_1, X_2 \geq 0$**	**$Z - 10X_1 - 10X_2 = 0$** **$2X_1 + 4X_2 + S1 = 20$** **$3X_1 + S2 = 15$**

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	Solution	Ratio
S1	2	4	1	0	20	20/2=10
S2	3	0	0	1	15	15/3=5
Z	-10	-10	0	0	0	
X1	1	0	0	1/3	5	محورية
-2(x1)	-2	0	0	-2/3	-10	
Old s1	2	4	1	0	20	
New s1	0	4	1	-2/3	10	
10(x1)	10	0	0	10/3	50	
Old z	-10	-10	0	0	0	
New z	0	-10	0	10/3	50	
X1	1	0	0	1/3	5	5/0=∞
S1	0	4	1	-2/3	10	10/4=5/2
Z	0	-10	0	10/3	50	

X2	0	1	1/4	-1/6	5/2	محورية
0(x2)	0	0	0	0	0	
Old x1	1	0	0	1/3	5	
Newx1	1	0	0	1/3	5	
10(x2)	0	10	5/2	-5/3	25	
Old z	0	-10	0	10/3	50	
New z	0	0	5/2	5/3	75	
X2	0	1	1/4	-1/6	5/2	
X1	1	0	0	1/3	5	
z	0	0	5/2	5/3	75	

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	Solution	Ratio
S1	2	4	1	0	20	جدول الحل الأول
S2	3	0	0	1	15	
Z	-10	-10	0	0	0	
X1	1	0	0	1/3	5	جدول الحل الثاني
S1	0	4	1	-2/3	10	
Z	0	-10	0	10/3	50	
X2	0	1	1/4	-1/6	5/2	جدول الحل الثالث
X1	1	0	0	1/3	5	
z	0	0	5/2	5/3	75	

القرار الإداري:

إنتاج 5 وحدات من المنتج الأول ،

وإنتاج 5/2 وحدات من المنتج الثاني = 2.5

ليحقق أعلى ربح ممكن بمقدار 75 دينار

ويمكن التأكد من صحة الحل بالتعويض في دالة الهدف

ملاحظات:

ولكن في الحياة العملية لا يصلح إنتاج بالكسور وبما أن داله الهدف ربح يتم التقريب لأعلي فيكون القرار: إنتاج 9 وحدات من المنتج الأول، وإنتاج 5 وحدات من المنتج الثاني لكي يحقق أعلى ربح ممكن بمقدار 75 دينار

عند تساوي قيم X1,X2 في دالة الهدف فان اخذ أي واحدة منها لتحديد عمود الارتكاز كلاهما صحيح نظرا للسؤال السابق

مثال تطبيقي(10):

اوجد الحل الامثل لنموذج البرمجة الخطية التالي باستخدام طريقة السمبلكس:

<u>حالة ان كان هناك قيد شاذ؟</u>

لا يتم اضافه أي شيء عند تحويله الي الشكل القياسي

MAX $Z = 10X_1 + 15X_2$ SUBJECT TO: $X_1 + X_2 \leq 300$ $X_2 = 200$ $X_1, X_2 \geq 0$	$Z - 10X_1 - 15X_2 = 0$ $X_1 + X_2 + S1 = 300$ $X_2 = 200$

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	Solution	Ratio
S1	1	1	1	0	300	300/1=300
X2	0	1	0	0	200	200/1=200
Z	-10	-15	0	0	0	
X2	0	1	0	0	200	محورية
-1(X2)	0	-1	0	0	-200	
OLD S1	1	1	1	0	300	
NEW S1	1	0	1	0	100	
15(X2)	0	15	0	0	3000	
OLD Z	-10	-15	0	0	0	
NEW Z	-10	0	0	0	3000	
X2	0	1	0	0	200	200/0=∞
S1	1	0	1	0	100	100/1=100
Z	-10	0	0	0	3000	

X1	1	0	1	0	100	محورية
0(X1)	0	0	0	0	0	
OLD X2	0	1	0	0	200	
NEW X2	0	1	0	0	200	
10(X1)	10	0	10	0	1000	
OLD Z	-10	0	0	0	3000	
NEW Z	0	0	10	0	4000	
X1	1	0	1	0	100	
X2	0	1	0	0	200	
Z	0	0	10	0	4000	

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	Solution	Ratio
S1	1	1	1	0	300	جدول الحل الاولي
X2	0	1	0	0	200	
Z	-10	-15	0	0	0	
X2	0	1	0	0	200	جدول الحل الثاني
S1	1	0	1	0	100	
Z	-10	0	0	0	3000	
X1	1	0	1	0	100	جدول الحل الثالث
X2	0	1	0	0	200	
Z	0	0	10	0	4000	

القرار الإداري:

إنتاج 100 وحدات من المنتج الأول، وإنتاج 200 وحدات من المنتج الثاني

ليحقق أعلى ربح ممكن بمقدار 4000 دينار

ويمكن التأكد من صحة الحل بالتعويض في دالة الهدف

ويعتبر من الأسئلة السهلة لوجود قيمة المتغير X2 في القيد الثاني

مثال تطبيقي(11):

اوجد الحل الأمثل لنموذج البرمجة الخطية التالية باستخدام طريقة السمبلكس:

هل يمكننا التوصل الي الحل الامثل من خلال جدول الحل الثاني ؟

نعم في بعض الاحيان

MAX Z = 400 X1 + 800 X2 **SUBJECT TO: X1 + 2X2 $\le$ 60** **4X1 + 3X2 $\le$ 120** **X1 , X2 $\ge$ 0**	**Z - 400 X1 - 800 X2 = 0** **X1 + 2X2 + S1= 60** **4X1 + 3X2 + S2 = 120**

Variable	X1	X2	S1	S2	Solution	Ratio
S1	1	2	1	0	60	60/2=30
S2	4	3	0	1	120	120/30=40
Z	-400	-800	0	0	0	
X2	1/2	1	1/2	0	30	محورية
-3(X2)	-3/2	-3	-3/2	0	-90	
OLD S2	4	3	0	1	120	
NEW S2	5/2	0	-3/2	1	30	
800(X2)	400	800	400	0	24000	
OLD Z	-400	-800	0	0	0	
NEW Z	0	0	400	0	24000	

X2	1/2	1	1/2	0	30	جدول الحل الثاني توصلنا للحل الأمثل
S2	5/2	0	-3/2	1	30	
Z	0	0	400	0	24000	

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	Solution	Ratio
S1	1	2	1	0	60	جدول الحل الأولي
S2	4	3	0	1	120	
Z	-400	-800	0	0	0	
X2	1/2	1	1/2	0	30	جدول الحل الثاني
S2	5/2	0	-3/2	1	30	
Z	0	0	400	0	24000	

القرار الإداري:

عدم إنتاج أي وحدة من المنتج الأول، وإنتاج 30 وحدة من المنتج الثاني فقط ليحقق أعلى ربح ممكن بمقدار 24000 دينار

ويمكن التأكد من صحة الحل بالتعويض في دالة الهدف

ملاحظه هامة:

تم ملاحظه أن صف دالة الهدف Z جميع القيم أصفار منذ بداية الحل للجدول الثاني مما يعطي سهوله في الحل يعني أننا توصلنا للحل الأمثل ويكون إحدى القيم للمتغيرات الأساسية = صفر وبالتالي تعتبر من أسهل الأمثلة في الحل بطريقة السمبلكس

مثال تطبيقي(12):

اوجد الحل الأمثل لنموذج البرمجة الخطية التالية باستخدام طريقة السمبلكس:

MAX Z = 800 X1 + 600 X2 SUBJECT TO: X1 + 8X2 ≤ 80 4X1 + 4X2 ≤ 100 X1 , X2 ≥ 0	Z - 800 X1 - 600 X2 = 0 X1 + 8X2 + S1= 80 4X1 + 4X2 + S2 = 100

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	Solution	Ratio
S1	1	8	1	0	80	80/1=80
S2	4	4	0	1	100	100/4=25
Z	-800	-600	0	0	0	
X1	1	1	0	1/4	25	محورية
-1(X1)	-1	-1	0	-1/4	-25	
OLD S1	1	8	1	0	80	
NEW S1	0	7	1	-1/4	55	
800(X1)	800	800	0	200	20000	
OLD Z	-800	-600	0	0	0	
NEW Z	0	200	0	200	20000	

X1	1	1	0	1/4	25	
S1	0	7	1	-1/4	55	
Z	0	200	0	200	20000	

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	Solution	Ratio
S1	1	8	1	0	80	جدول الحل الأولي
S2	4	4	0	1	100	
Z	-800	-600	0	0	0	
X1	1	1	0	1/4	25	جدول الحل الثاني
S1	0	7	1	-1/4	55	
Z	0	200	0	200	20000	

القرار الإداري:

إنتاج 25 وحده من المنتج الأول فقط ، و عدم إنتاج أي وحدات من المنتج الثاني ليحقق أعلى ربح ممكن بمقدار 20000 دينار

ويمكن التأكد من صحة الحل بالتعويض في دالة الهدف

مثال تطبيقي(13):

اوجد الحل الأمثل لنموذج البرمجة الخطية التالية باستخدام طريقة السمبلكس:

MAX Z = 500 X1 + 1000 X2 SUBJECT TO: X1 + 2X2 $\leq$ 50 4X1 + 3X2 $\leq$ 120 X1 , X2 $\geq$ 0	Z - 500 X1 - 1000 X2 = 0 X1 + 2X2 + S1= 50 4X1 + 3X2 + S2 = 120

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	Solution	Ratio
S1	1	2	1	0	50	50/2=25
S2	4	3	0	1	120	120/3=40
Z	-500	-1000	0	0	0	
X2	1/2	1	1	0	25	محورية
-3(X2)	-3/2	-3	-3	0	-75	
OLD S2	4	3	0	1	50	
NEW S2	5/2	0	-3	1	-25	
1000(X2)	500	1000	1000	0	25000	
OLD Z	-500	-1000	0	0	0	
NEW Z	0	0	1000	0	25000	

X2	1/2	1	1	0	25	
S2	5/2	0	-3	1	-25	
Z	0	0	1000	0	25000	

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	Solution	Ratio
S1	1	2	1	0	50	جدول الحل الأولي
S2	4	3	0	1	120	
Z	-500	-1000	0	0	0	
X2	1/2	1	1	0	25	جدول الحل الثاني
S2	5/2	0	-3	1	-25	
Z	0	0	1000	0	25000	

القرار الإداري:

عدم إنتاج اي **وحده من المنتج الأول، و إنتاج** 25 **وحدات من المنتج الثاني فقط ليحقق أعلى ربح ممكن بمقدار** 25000 **دينار**

ويمكن التأكد من صحة الحل بالتعويض في دالة الهدف

حالة تعظيم الأرباح في وجود ثلاث متغيرات

مثال تطبيقي(14):

اوجد الحل الأمثل للنموذج الأتي باستخدام السمبلكس:

تعتبر من الامثلة طويله الحل ولذلك يتم استخدام برامج الحاسوب المتخصصة لان هناك يدخل اكثر من متغيرين اساسين في صياغه المشاكل الادارية

MAX $Z = 3X_1 + 4X_2 + X_3$ **SUBJECT TO:** $X_1 + X_2 \leq 2$ $X_1 + 3X_3 \leq 6$ $X_2 \leq 1$ $X_1, X_2, X_3 \geq 0$	$Z - 3X_1 - 4X_2 - X_3 = 0$ $X_1 + X_2 + S_1 = 2$ $X_1 + 3X_3 + S_2 = 6$ $X_2 + S_3 = 1$

variables	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	Solution	Ratio
S_1	1	1	0	1	0	0	2	2/1=2
S_2	1	0	3	0	1	0	6	6/0=∞
S_3	0	1	0	0	0	1	1	1/1=1
Z	-3	-4	−1	0	0	0	0	
X2	0	1	0	0	0	1	1	محورية
-1(X2)	0	-1	0	0	0	-1	-1	
OLD S1	1	1	0	1	0	0	2	

NEW S1	1	0	0	1	0	-1	1	
0(X2)	0	0	0	0	0	0	0	
OLD S2	1	0	3	0	1	0	6	
NEW S2	1	0	3	0	1	0	6	
4(X2)	0	4	0	0	0	4	4	
OLD Z	-3	-4	−1	0	0	0	0	
NEW Z	-3	0	-1	0	0	4	4	
X_2	0	1	0	0	0	1	1	1/0=∞
S_1	1	0	0	1	0	-1	1	1/1=1
S_2	1	0	3	0	1	0	6	6/1=6
Z	-3	0	-1	0	0	4	4	
X1	1	0	0	1	0	-1	1	محورية
0(x1)	0	0	0	0	0	0	0	
Old x2	0	1	0	0	0	1	1	
New x2	0	1	0	0	0	1	1	
-1(x1)	-1	0	0	-1	0	1	-1	
Old s2	1	0	3	0	1	0	6	
New s2	0	0	3	-1	1	1	5	

3(x1)	3	0	0	3	0	-3	3	
Old z	-3	0	-1	0	0	4	4	
New z	0	0	-1	3	0	1	7	
X1	1	0	0	1	0	-1	1	1/1=1
X2	0	1	0	0	0	1	1	1/0=∞
S2	0	0	3	-1	1	1	5	5/3
Z	0	0	-1	3	0	1	7	
X3	0	0	1/3	-1/3	1/3	1/3	5/3	محورية
0(x3)	0	0	0	0	0	0	0	
Old x1	1	0	0	1	0	-1	1	
New x1	1	0	0	1	0	-1	1	
0(x3)	0	0	0	0	0	0	0	
Old x2	0	1	0	0	0	1	1	
New x2	0	1	0	0	0	1	1	
1(x3)	0	0	1	-1/3	1/3	1/3	5/3	
Old z	0	0	-1	3	0	1	7	
New z	0	0	0	8/3	1/3	4/3	26/3	
X3	0	0	1	-1/3	1/3	1/3	5/3	

X1	1	0	0	1	0	-1	1	
X2	0	1	0	0	0	1	1	
Z	0	0	0	8/3	1/3	4/3	26/3	

variables	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	solution	Ratio
S_1	1	1	0	1	0	0	2	جدول الحل الأول
S_2	1	0	3	0	1	0	6	
S_3	0	1	0	0	0	1	1	
Z	-3	-4	−1	0	0	0	0	
X_2	0	1	0	0	0	1	1	جدول الحل الثاني
S_1	1	0	0	1	0	-1	1	
S_2	1	0	3	0	1	0	6	
Z	-3	0	-1	0	0	4	4	
X_1	1	0	0	1	0	-1	1	جدول الحل الثالث
X_2	0	1	0	0	0	1	1	
S_2	0	0	3	-1	1	1	5	
Z	0	0	-1	3	0	1	7	
X_3	0	0	1	-1/3	1/3	1/3	5/3	جدول

<table>
<tr><td>X_1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>-1</td><td>1</td><td rowspan="3">الحل الرابع</td></tr>
<tr><td>X_2</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>Z</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>8/3</td><td>1/3</td><td>4/3</td><td>26/3</td></tr>
</table>

القرار الإداري:

إنتاج 1 **وحدة واحدة من المنتج الأول، وإنتاج 1 وحدة واحدة من المنتج الثاني وإنتاج** 5/3 **وحدة من المنتج الثالث = 1.6 ليحقق أعلى ربح ممكن بمقدار** 26/3 **دينار = 8.6**
ويمكن التأكد من صحة الحل بالتعويض في دالة الهدف

ولكن في الحياة العملية لا يصلح إنتاج بالكسور وبما أن داله الهدف ربح يتم التقريب لأعلي فيكون القرار: إنتاج 1 وحدة من المنتج الأول، وإنتاج 1 وحده من المنتج الثاني وإنتاج 2 وحدة من المنتج الثالث لكي يحقق أعلى ربح ممكن بمقدار 9 دينار

الحالة الثانية: حالة تقليل التكاليف: MINIMIZATION

ما هي خطوات الحل بطريقة السمبلكس في حالة تقليل التكاليف؟

1- تحويل النموذج البرمجي العادي إلى نموذج قياسي حسب شكل القيود :

رمز المتباينات :

إن كان اقل أو يساوي نضيف متغير وهمي ≤ S +

إن كان اكبر أو يساوي نطرح متغير وهمي ونضيف متغير اصطناعي ≥ S + R-

إن كان القيد إشارته = نضيف متغير اصطناعي فقط R+ ويسمى برقم القيد

إضافة كل من المتغيرات الاصطناعية (R_1، R_2) إلى دالة الهدف Z وتضرب في ثابت يعبر عنه ب M حيث تعتبر قيمة كبيرة جدا

نوجد كل من المتغيرات الاصطناعية (R_1، R_2) بدلالة القيد ويتم التعويض عنه في جدول الحل الابتدائي الأولي بمعنى (نكتب المتغيرات الاصطناعية في القيود بدلاله بقية المتغيرات)

حيث المتغيرات الاصطناعية (R_1، R_2) لا تؤثر على الحل ولكن تؤثر على دالة الهدف. ويمكن الاستعاضة عن ذلك بضرب (R_1، R_2) M وجمعها مع دالة الهدف القديمة لتنتج دالة الهدف الجديدة وهذه من تطور العلم وتقدم بحوث العمليات.

2- إنشاء جدول ويتم ترتيب المعاملات فيها ويسمى جدول الحل الأساسي الأولي وتفرغ فيها جميع المعاملات ويزيد عدد الأعمدة لان هناك قيم ل R

3- ننظر إلى صف دالة الهدف صف Z **<u>ونختار اكبر قيمة موجبه بالنسبة لمعامل M حيث أنها دوما تبقى موجبه بعد مقارنة معاملات M في صف Z أما إذا تساوت معاملات M فيتم اختيار اكبر قيمة سالبه لأننا نريد تقليل التكاليف</u>** ويسمى عمود الارتكاز العمود المحوري وذلك لتحديد عمود المتغير الداخل.

4- نقوم باختيار العمود الارتكاز العمود المحوري عمود المتغير الداخل الذي يتم العمل عليه وذلك بتحديد البؤرة وعناصر التبديل

5- يتم قسمة كميات الحل الموجودة في العمود اليمين SOLUTION على معامل المقابل له في عمود الارتكاز (العمود المحوري)

6- نختار اقل قيمة موجبة التي تظهر في عمود ال RATIO نترك السالب والصفر وغير المعرف نختار الموجب فقط. ويتم تحديد صف الارتكاز أو صف المتغير الخارج.

7- لتحديد البؤرة: وهي نقطة تقاطع العمود المتغير الداخل في عمود الارتكاز مع صف المتغير الخارج في صف الارتكاز

8- نقسم الصف بكاملة على البؤرة وبالتالي ينتقل المتغير الداخل ويصبح صف جديد في الجدول الثاني ويسمى بالمعادلة المحورية أو المعادلة الممهدة

يتم تكوين الجدول الجديد بوضع المعادلة المحورية ويتم العمل عليها بإنشاء صفوف جديدة في الجدول الثاني ننظر لكل عنصر من عناصر التبديل الموجودة في عمود الارتكاز و نستخدم القانون الأتي :

سالب عنصر التبديل × المعادلة المحورية (الممهدة)

+ المعادلة القديمة (الأصلية في الجدول السابق)

= معادلة جديدة (في الجدول الجديد)

9- يتم النظر كل مرة إلى صف Z دالة الهدف إذا كان أرقام موجبة و أصفار يعني توصلنا للحل الأمثل أما إذا كانت قيمة سالبة نعيد تكرار الخطوات مرة أخرى حتى نتوصل للحل الأمثل

10-تكون القيم في عمود الكميات أو الحل هي حل الأمثل التي توصلنا إلى إيجاد قيم X1 , X2

نعوض عنها في دالة الهدف Z بالتالي نتأكد من الحل

أو نحل المعادلتين جبريا بذلك تكون خطوات إضافية للتأكد من الحل

ملاحظة هامة:

إذا تم التوصل إلي جميع معاملات وقيم المتغيرات الأساسية موجبه في الجدول الحل الثاني فيكون الحل امثل وتكون إحدى قيم المتغيرات الأساسية = صفر

BIG –M Technique

استخدام طريقة الأم الكبرى حل مسائل دالة الهدف حالة تقليل التكاليف: MIN

حالة وجود متغيرين فقط

مثال تطبيقي(15):

اوجد الحل الأمثل لنموذج البرمجة الخطية:

حالة عندما يكون القيدين بنفس الاشارة اكبر من او يساوي

$\text{Min } Z = 10X_1 + 8X_2$	$Z - 10X_1 - 8X_2 - MR1 - MR2 = 0$
SUB TO: $2X_1 + 3X_2 \geq 18$	$2X_1 + 3X_2 - S1 + R1 = 18$
$3X_1 \geq 9$	$3X_1 - S2 + R2 = 9$
$X_1, X_2 \geq 0$	

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	R_1	R_2	Solution	Ratio
R1	**2**	**3**	**-1**	**0**	**1**	**0**	**18**	
R2	**3**	**0**	**0**	**-1**	**0**	**1**	**9**	
Z	**-10**	**-8**	**0**	**0**	**-M**	**-M**	**0**	
MR1	**2M**	**3M**	**-M**	**0**	**M**	**0**	**18M**	
MR2	**3M**	**0**	**0**	**-M**	**0**	**M**	**9M**	
OLDZ	**-10**	**-8**	**0**	**0**	**-M**	**-M**	**0**	
NEW Z	**-10+ 5M**	**-8 +3M**	**-M**	**-M**	**0**	**0**	**27M**	
R1	**2**	**3**	**-1**	**0**	**1**	**0**	**18**	**18/2=9**
R2	**3**	**0**	**0**	**-1**	**0**	**1**	**9**	**9/3=3**
Z	**-10+ 5M**	**-8 +3M**	**-M**	**-M**	**0**	**0**	**27M**	
X1	**1**	**0**	**0**	**-1/3**	**0**	**1/3**	**3**	**محورية**
-2(X1)	**-2**	**0**	**0**	**2/3**	**0**	**-2/3**	**-6**	
OLD R1	**2**	**3**	**-1**	**0**	**1**	**0**	**18**	
NEW R1	**0**	**3**	**-1**	**2/3**	**0**	**-2/3**	**12**	
10-5M (X1)	**10- 5M**	**0**	**0**	**-10/3 +5/3M**	**0**	**10/3- 5/3M**	**30-15M**	
OLD Z	**-10+ 5M**	**-8 +3M**	**-M**	**-M**	**0**	**0**	**27M**	
NEW Z	**0**	**-8 +3M**	**-M**	**-10/3 +2/3M**		**10/3- 5/3M**	**30+12M**	
X1	**1**	**0**	**0**	**-1/3**	**0**	**1/3**	**3**	**3/0=∞**
R1	**0**	**3**	**-1**	**2/3**	**0**	**-2/3**	**12**	**12/3=4**
Z	**0**	**-8 +3M**	**-M**	**-10/3 +2/3M**		**10/3- 5/3M**	**30-12M**	

X2	0	1	-1/3	2/9	0	-2/9	4	محورية
0(X2)	0	0	0	0	0	0	0	
OLD X1	1	0	0	-1/3	0	1/3	3	
NEW X1	1	0	0	-1/3	0	1/3	3	
8-3M(X2)	0	8-3M	-8/3 + M	16/9-2/3M	0	-16/9 +2/3M	32-12M	
OLD Z	0	-8 +3M	-M	-10/3 +2/3M	0	10/3-5/3M	30+12M	
NEW Z	0	0	-8/3	14/9	0	14/9-M	62	
X2	0	1	-1/3	2/9	0	-2/9	4	
X1	1	0	0	-1/3	0	1/3	3	
Z	0	0	-8/3	14/9	0	14/9-M	62	

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	R_1	R_2	Solution	Ratio
R1	2	3	-1	0	1	0	18	جدول الحل الابتدائي
R2	3	0	0	-1	0	1	9	
Z	-10	-8	0	0	-M	-M	0	
R1	2	3	-1	0	1	0	18	جدول الحل الأولي
R2	3	0	0	-1	0	1	9	
Z	-10+ 5M	-8 +3M	-M	-M	0	0	27M	
X1	1	0	0	-1/3	0	1/3	3	جدول الحل الثاني
R1	0	3	-1	2/3	0	-2/3	12	
Z	0	-8 +3M	-M	-10/3 +2/3M		10/3- 5/3M	30-12M	
X2	0	1	-1/3	2/9	0	-2/9	4	جدول الحل الثالث
X1	1	0	0	-1/3	0	1/3	3	
Z	0	0	-8/3	14/9	0	14/9- M	62	

القرار الإداري:

إنتاج 3 وحدات من المنتج الأول، وإنتاج 4 وحدات من المنتج الثاني

ليحقق أقل تكلفة ممكنة بمقدار 62 دينار

ويمكن التأكد من صحة الحل بالتعويض في دالة الهدف

مثال تطبيقي(16):

اوجد الحل الامثل لنموذج البرمجة الخطية باستخدام السمبلكس

$Min\ Z = 12X_1 + 6X_2$	$Z - 12X_1 - 6X_2 - MR1 - MR2 = 0$
SUB TO: $X_1 \geq 6$	$X_1 - S1 + R1 = 6$
$3X_1 + 3X_2 \geq 18$	$3X_1 + 3X_2 - S2 + R2 = 18$
$X_1, X_2 \geq 0$	

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	R_1	R_2	Solution	Ratio
R1	1	0	-1	0	1	0	6	
R2	3	3	0	-1	0	1	18	
Z	-12	-6	0	0	-M	-M	0	
MR1	M	0	-M	0	M	0	6M	
MR2	3M	3M	0	-M	0	M	18M	
OLDZ	-12	-6	0	0	-M	-M	0	
NEW Z	-12+ 4M	-6 +3M	-M	-M	0	0	24M	
R1	1	0	-1	0	1	0	6	6\1=6
R2	3	3	0	-1	0	1	18	18/3=6
Z	-12+ 4M	-6 +3M	-M	-M	0	0	24M	
X1	1	1	0	-1/3	0	1/3	6	محورية
-1(X1)	-1	-1	0	1/3	0	-1/3	-6	
OLD R1	1	0	-1	0	1	0	6	
NEW R1	0	-1	-1	1/3	1	-1/3	0	

12-4M(X1)	12-4M	12-4M	0	-4+M	0	4-M	72-24M	
OLD Z	-12+4M	-6 +3M	-M	-M	0	0	24M	
NEW Z	0	6-M	-M	-4	0	4-M	72	
X1	1	0	-1	0	1	0	6	
R2	0	-1	-1	1/3	0	-1/3	0	
Z	0	6-M	-M	-4	0	4-M	72	

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	R_1	R_2	Solution	Ratio
R1	1	0	-1	0	1	0	6	جدول الحل الابتدائي
R2	3	3	0	-1	0	1	18	
Z	-12+4M	-6 +3M	0	0	-M	-M	0	
R1	1	0	-1	0	1	0	6	جدول الحل الأولي
R2	3	3	0	-1	0	1	18	
Z	-12+4M	-6 +3M	-M	-M	0	0	24M	
X1	1	0	-1	0	1	0	6	جدول الحل الثاني
R2	0	-1	-1	1/3	0	-1/3	0	
Z	0	6-M	-M	-4	0	4-M	72	

القرار الإداري:

إنتاج 6 وحدات من المنتج الأول، وعدم إنتاج أي وحدة من المنتج الثاني

ليحقق أقل تكلفة ممكنة بمقدار 72 دينار

ويمكن التأكد من صحة الحل بالتعويض في دالة الهدف

مثال تطبيقي(17):

اوجد الحل الامثل لنموذج البرمجة الخطية باستخدام السمبلكس

Min $Z = 5X_1 + 6X_2$ **SUBJECT TO:** $X_1 + X_2 \geq 10$ $X_1 + 2X_2 \geq 15$ $X_1, X_2 \geq 0$	$Z - 5X_1 - 6X_2 - MR1 - MR2 = 0$ $X_1 + X_2 - S1 + R1 = 10$ $X_1 + 2X_2 - S2 + R2 = 15$

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	R_1	R_2	Solution	Ratio
R1	1	1	-1	0	1	0	10	
R2	1	2	0	-1	0	1	15	
Z	-5	-6	0	0	-M	-M	0	
MR1	M	M	-M	0	M	0	10M	
MR2	M	2M	0	-M	0	M	15M	
OLDZ	-5	-6	0	0	-M	-M	0	
NEW Z	-5+ 2M	-6 +3M	-M	-M	0	0	25M	
R1	1	1	-1	0	1	0	10	10/1=10
R2	1	2	0	-1	0	1	15	15/2=7.5
Z	-5+ 2M	-6 +3M	-M	-M	0	0	25M	

X2	1/2	1	0	-1/2	0	1/2	15/2	محورية
-1(X2)	-1/2	-1	0	1/2	0	-1/2	-15/2	
OLD R1	1	1	-1	0	1	0	10	
NEW R1	1/2	0	-1	1/2	1	-1/2	5/2	
6-3M(X2)	3-3/2M	6-3M	0	-2+3/2M	0	3-3/2M	45-45/2M	
OLD Z	-5+2M	-6 +3M	-M	-M	0	0	25M	
NEW Z	- 2+1/2M	0	-M	-2+1/2M	0	3-3/2M	45+5/2M	
X2	1/2	1	0	-1/2	0	1/2	15/2	15/2*2=15
R1	1/2	0	-1	1/2	1	-1/2	5/2	5/2*2=5
Z	- 2+1/2M	0	-M	-2+1/2M	0	3-3/2M	45+5/2M	
X1	1	0	-2	1	2	-1	5	محورية
-1/2(X1)	-1/2	0	1	-1/2	-1	1/2	-5/2	
OLD X2	1/2	1	0	-1/2	0	1/2	15/2	
NEW X2	0	1	1	0	-1	1	5	
2-1/2M	2-1/2M	0	-1 +M	2-1/2M	1-M	-2+M	10-5/2M	
OLD Z	- 2+1/2M	0	-M	-2+1/2M	0	3-3/2M	45+5/2M	
NEW Z	0	0	-1	0	1-M	1-1/2M	55	
X1	1	0	-2	1	2	-1	5	
X2	0	1	1	0	-1	1	5	
Z	0	0	-1	0	1-M	1-1/2M	55	

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	R_1	R_2	Solution	Ratio
R1	1	1	-1	0	1	0	10	جدول الحل الابتدائي
R2	1	2	0	-1	0	1	15	
Z	-5	-6	0	0	-M	-M	0	
R1	1	1	-1	0	1	0	10	جدول الحل الأولي
R2	1	2	0	-1	0	1	15	
Z	-5+ 2M	-6 +3M	-M	-M	0	0	25M	
X2	1/2	1	0	-1/2	0	1/2	15/2	جدول الحل الثاني
R1	1/2	0	-1	1/2	1	-1/2	5/2	
Z	- 2+ 1/2M	0	-M	-2+ 1/2M	0	3- 3/2M	45+5/2M	
X1	1	0	-2	1	2	-1	5	جدول الحل الثالث
X2	0	1	1	0	-1	1	5	
Z	0	0	-1	0	1- M	1- 1/2M	55	

القرار الإداري:

إنتاج 5 وحدات من المنتج الأول، و إنتاج 5 وحدات من المنتج الثاني

ليحقق أقل تكلفة ممكنة بمقدار 55 دينار

ويمكن التأكد من صحة الحل بالتعويض في دالة الهدف

مثال تطبيقي(18):

اوجد الحل الامثل لنموذج البرمجة الخطية باستخدام السمبلكس

$\text{Min } Z = 20X_1 + 15X_2$	$Z - 20X_1 - 15X_2 - MR1 - MR2 = 0$
SUB TO: $2X_1 + 3X_2 \geq 10$	$2X_1 + 3X_2 - S1 + R1 = 10$
$4X_1 \geq 10$	$4X_1 - S2 + R2 = 10$
$X_1, X_2 \geq 0$	

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	R_1	R_2	Solution	Ratio
R1	2	3	-1	0	1	0	10	
R2	4	0	0	-1	0	1	10	
Z	-20	-15	0	0	-M	-M	0	
MR1	2M	3M	-M	0	M	0	10M	
MR2	4M	0	0	-M	0	M	10M	
OLDZ	-20	-15	0	0	-M	-M	0	
NEW Z	-20 +6M	-15 + 3M	-M	-M	0	0	20M	
R1	2	3	-1	0	1	0	10	10/2=5
R2	4	0	0	-1	0	1	10	10/4=5/2
Z	-20 +6M	-15 + 3M	-M	-M	0	0	20M	الاولي
X1	1	0	0	-1/4	0	1/4	5/2	محورية
-2(x1)	-2	0	0	1/2	0	-1/2	-5	
Old R1	2	3	-1	0	1	0	10	
NEW R1	0	3	-1	1/2	1	-1/2	5	

20- 6M(X1)	20- 6M	0	0	-5+ 3/2M	0	5- 3/2M	50-15M	
OLD Z	-20 +6M	-15 + 3M	-M	-M	0	0	20M	
NEW Z	0	-15 + 3M	-M	-5 +1/2M	0	5- 3/2M	50+5M	
X1	1	0	0	-1/4	0	1/4	5/2	5/2÷0=∞
R1	0	3	-1	1/2	1	-1/2	5	5/3
Z	0	-15 + 3M	-M	-5 +1/2M	0	5- 3/2M	50+5M	الثاني
X2	0	1	-1/3	1/6	1/3	-1/6	5/3	محورية
0(X2)	0	0	0	0	0	0	0	
OLD X1	1	0	0	-1/4	0	1/4	5/2	
NEW X1	1	0	0	-1/4	0	1/4	5/2	
15- 3M(X2)	0	15- 3M	-5+ M	5/2- 1/2M	5-M	-5/2+ 1/2M	25-5M	
OLD Z	0	-15 + 3M	-M	-5 +1/2M	0	5- 3/2M	50+5M	
NEW Z	0	0	-5	5/2	5-M	5/2- M	75	
X2	0	1	-1/3	1/6	1/3	-1/6	5/3	
X1	1	0	0	-1/4	0	1/4	5/2	
Z	0	0	-5	5/2	5-M	5/2- M	75	

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	R_1	R_2	Solution	Ratio
R1	2	3	-1	0	1	0	10	جدول الحل الأول
R2	4	0	0	-1	0	1	10	
Z	-20 +6M	-15 + 3M	-M	-M	0	0	20M	
X1	1	0	0	-1/4	0	1/4	5/2	جدول الحل الثاني
R1	0	3	-1	1/2	1	-1/2	5	
Z	0	-15 + 3M	-M	-5 +1/2M	0	5- 3/2M	50+5M	
X2	0	1	-1/3	1/6	1/3	-1/6	5/3	جدول الحل الثالث
X1	1	0	0	-1/4	0	1/4	5/2	
Z	0	0	-5	5/2	5-M	5/2 - M	75	

القرار الإداري:

إنتاج 5/2 **وحدات من المنتج الأول = 2.5، وإنتاج** 5/3 **وحدات من المنتج الثاني = 1.6**
ليحقق أقل تكلفة ممكنة بمقدار 75 **دينار**
ويمكن التأكد من صحة الحل بالتعويض في دالة الهدف

ولكن في الحياة العملية لا يصلح إنتاج بالكسور وبما أن داله الهدف ربح يتم التقريب لأدنى فيكون القرار: إنتاج 2 وحدة من المنتج الأول، وإنتاج 1 وحدة من المنتج الثاني لكي يحقق أقل تكلفة ممكنة بمقدار 55 دينار

مثال تطبيقي(19):

اوجد الحل الأمثل لنموذج البرمجة الخطية باستخدام طريقة الأم الكبرى؟

MIN $Z = 2X_1 + X_2$	$Z - 2X_1 - X_2 - MR_1 - MR_2 = 0$
SUBJECT TO: $X_1 + 3X_2 \geq 30$	$X_1 + 3X_2 - S_1 + R_1 = 30$
$4X_1 + 2X_2 \geq 40$	$4X_1 + 2X_3 - S_2 + R_2 = 40$
$X_1 , X_2 \geq 0$	

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	R_1	R_2	Solution	Ratio
R_1	1	3	-1	0	1	0	30	`
R_2	4	2	0	-1	0	1	40	
Z	-2	-1	0	0	-M	-M	0	
MR1	M	3M	-M	0	M	0	30 M	
MR2	4M	2M	0	-M	0	M	40M	
OLD Z	-2	-1	0	0	-M	-M	0	
NEW Z	-2 + 5M	-1 + 5M	-M	-M	0	0	70 M	
R_1	1	3	-1	0	1	0	30	30/3=10
R_2	4	2	0	-1	0	1	40	40/2=20
Z	-2 + 5M	-1 +5M	-M	-M	0	0	70 M	
X_2	1/3	1	-1/3	0	1/3	0	10	محورية
-2 X_2	-2/3	-2	2/3	0	-2/3	0	-20	
OLD R_2	4	2	0	-1	0	1	40	
NEW R_2	10/3	0	2/3	-1	-2/3	1	20	

1-5M X_2	1/3 +10/3M	1-5M	-1/3 + 5/3 M	0	1/3 - 5/3M	0	10-50M	
OLD Z	-2 + 5M	-1 + 5M	-M	-M	0	0	70 M	
NEW Z	-5/3 +10/3M	0	-1/3+ 2/3 M	-M	1/3 - 5/3M	0	10+20M	
X_2	1/3	1	-1/3	0	1/3	0	10	10*3 = 30
R_2	10/3	0	2/3	-1	-2/3	1	20	20*3/10=6
Z	-5/3 +10/3M	0	-1/3 +2/3 M	-M	1/3- 5/3M	0	10+20M	
X_1	1	0	1/5	- 3/10	-1/5	3/10	6	محورية
-1/3 X_1	-1/3	0	-1/15	1/10	1/15	- 1/10	-2	
Old X_2	1/3	1	-1/3	0	1/3	0	10	
New X_2	0	1	-2/5	1/10	2/5	- 1/10	8	
5/3-10/3M X_1	5/3 - 10/3M	0	1/3- 2/3 M	- 1/2+ M	-1/3+ 2/3M	1/2- M	10-20M	
OLD Z	-5/3+ 10/3M	0	-1/3 +2/3 M	-M	1/3- 5/3M	0	10+20M	
NEW Z	0	0	8/3M	-1/2	-M	1/2- M	20	
X_1	1	0	1/5	- 3/10	-1/5	3/10	6	
X_2	0	1	-2/5	1/10	2/5	- 1/10	8	
Z	0	0	0	-1/2	-M	1/2- M	20	

Variable	X_1	X_2	S_2	S_3	R_1	R_3	Solution	Ratio
R_1	1	3	-1	0	1	0	30	جدول الحل الأول
R_2	4	2	0	-1	0	1	40	
Z	-2 + 5M	-1 + 5M	-M	-M	0	0	70 M	
X_2	1/3	1	-1/3	0	1/3	0	10	جدول الحل الثاني
R_2	10/3	0	2/3	-1	-2/3	1	20	
Z	-5/3 +10/3M	0	-1/3 + 2/3 M	-M	1/3- 5/3M	0	10+20M	
X_1	1	0	1/5	-3/10	-1/5	3/10	6	جدول الحل الثالث
X_2	0	1	-2/5	1/10	2/5	- 1/10	8	
Z	0	0	8/3M	-1/2	-M	1/2- M	20	

القرار الإداري:

إنتاج 6 وحدات من المنتج الأول، و إنتاج 8 وحدة من المنتج الثاني

ليحقق أقل تكلفة ممكنة بمقدار 20 دينار

ويمكن التأكد من صحة الحل بالتعويض في دالة الهدف

مثال تطبيقي(20):

اوجد الحل الامثل لنموذج البرمجة الخطية التالي باستخدام السمبلكس:

حالة عندما يكون القيدين مختلفين واحدهما شائع والاخر شاذ وهي من الامثلة الشائعة دوما

Min $Z = 2X_1 + 3X_2$ **SUB TO: $6X_1 + 9X_2 \le 18$** **$9X_1 + 3X_2 \ge 9$** **$X_1 , X_2 \ge 0$**	**$Z - 2X_1 - 3X_2 - MR_2 = 0$** **$X_1 + 3X_2 + S_1 = 18$** **$4X_1 + 2X_3 - S_2 + R_2 = 9$**

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	R_1	R_2	Solution	Ratio
S_1	6	9	1	0	0	0	18	`
R_2	9	3	0	-1	0	1	9	
Z	-2	-3	0	0	0	-M	0	
MR2	9M	3M	0	-M	0	M	9M	
OLD Z	-2	-3	0	0	0	-M	0	
NEW Z	-2+9M	-3+3M	0	-M	0	0	9M	
S_1	6	9	1	0	0	0	18	18/6=3
R_2	9	3	0	-1	0	1	9	9/9=1
Z	-2+9M	-3+3M	0	-M	0	0	9M	

X1	1	1/3	0	-1/9	0	1/9	1	محورية
-6(X1)	-6	-2	0	2/3	0	2/3	-6	
OLD S1	6	9	1	0	0	0	18	
NEWS1	0	7	0	2/3	0	2/3	12	
2-9M(X1)	2 -9M	2/3-3M	0	-2/9 +M	0	2/9- M	2-9M	
OLD Z	-2+9M	-3+3M	0	-M	0	0	9M	
NEW Z	0	-7/3	0	-2/9	0	2/9- M	2	
X1	1	1/3	0	-1/9	0	1/9	1	
S1	0	7	0	2/3	0	2/3	12	
Z	0	-7/3	0	-2/9	0	2/9- M	2	

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	R_1	R_2	Solution	Ratio
S_1	6	9	1	0	0	0	18	جدول الحل الابتدائي
R_2	9	3	0	-1	0	1	9	
Z	-2	-3	0	0	0	-M	0	
S_1	6	9	1	0	0	0	18	جدول الحل الاولي
R_2	9	3	0	-1	0	1	9	
Z	-2+9M	-3+3M	0	-M	0	0	9M	
X1	1	1/3	0	-1/9	0	1/9	1	جدول الحل الثاني
S1	0	7	0		0		12	
Z	0	-7/3	0	-2/9	0	2/9-M	2	

القرار الإداري:

إنتاج 1 وحدة واحدة فقط من المنتج الأول، وعدم إنتاج أي وحدة من المنتج الثاني ليحقق أقل تكلفة ممكنة بمقدار 2 دينار

ويمكن التأكد من صحة الحل بالتعويض في دالة الهدف

مثال تطبيقي(21):

اوجد الحل الامثل لنموذج البرمجة الخطية التالي باستخدام السمبلكس:

$\text{Min } Z = 5X_1 + 9X_2$ SUB TO: $5X_1 + 2X_2 \geq 20$ $2X_1 + 2X_2 = 10$ $X_1, X_2 \geq 0$	$Z - 5X_1 - 9X_2 - MR_1 - MR_2 = 0$ $5X_1 + 2X_2 - S_1 + R_1 = 20$ $2X_1 + 2X_3 \quad +R_2 = 10$

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	R_1	R_2	Solution	Ratio
R_1	5	2	-1	0	1	0	20	`
R_2	2	2	0	0	0	1	10	
Z	-5	-9	0	0	-M	-M	0	
MR1	5M	2M	-M	0	M	0	20M	
MR2	2M	2M	0	0	0	M	10M	
OLD Z	-5	-9	0	0	-M	-M	0	
NEW Z	-5+7M	-9+4M	-M	0	0	0	30M	
R_1	5	2	-1	0	1	0	20	20/5=4
R_2	2	2	0	0	0	1	10	10/2=5
Z	-5+7M	-9+4M	-M	0	0	0	30M	
X1	1	2/5	-1/5	0	1/5	0	4	محورية
-2(X1)	-2	-4/5	2/5	0	-2/5	0	-8	
OLD R2	2	2	0	0	0	1	10	

NEW R2	0	6/5	2/5	0	-2/5	2	2	
5-7M(X1)	5-7M	2-14/5M	-1+7/5M	0	1+7/5M	0	20-28M	
OLD Z	-5+7M	-9+4M	-M	0	0	0	30M	
NEW Z	0	-7+6/5M	-1+2/5M	0	1+7/5M	0	20-2M	
X1	1	2/5	-1/5	0	1/5	0	4	4*5/2=10
R2	0	6/5	2/5	0	-2/5	2	2	2*5/6=5/3
Z	0	-7+6/5M	-1+2/5M	0	1+7/5M	0	20-2M	
X2	0	1	1/3	0	-1/3	5/3	5/3	محورية
-2/5(X2)	0	-2/5	-2/15	0	2/15	-2/3	-2/3	
OLD X1	1	2/5	-1/5	0	1/5	0	4	
NEW X1	1	0	-1/3	0	1/3	-2/3	10/3	
7-6/5M (X2)	0	7-6/5M	7/3 -2/5M	0	-7/3 + 2/5M	35/3-2M	35/3+2M	
OLD Z	0	-7+6/5M	-1+2/5M	0	1+7/5M	0	20-2M	
NEW Z	0	0	-10/3 +4/5M	0	-4/3 +9/5M	35/3-2M	95/3	
X2	0	1	1/3	0	-1/3	5/3	5/3	
X1	1	0	-1/3	0	1/3	-2/3	10/3	
Z	0	0	-10/3 +4/5M	0	-4/3 +9/5M	35/3-2M	95/3	

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	R_1	R_2	Solution	Ratio
R_1	5	2	-1	0	1	0	20	جدول الحل الابتدائي
R_2	2	2	0	0	0	1	10	
Z	-5	-9	0	0	-M	-M	0	
R_1	5	2	-1	0	1	0	20	جدول الحل الأولي
R_2	2	2	0	0	0	1	10	
Z	-5+7M	-9+4M	-M	0	0	0	30M	
X1	1	2/5	-1/5	0	1/5	0	4	جدول الحل الثاني
R2	0	6/5	2/5	0	-2/5	2	2	
Z	0	-7+ 6/5M	-1+ 2/5M	0	1+7/5M	0	20-2M	
X2	0	1	1/3	0	-1/3	5/3	5/3	جدول الحل الثالث
X1	1	0	-1/3	0	1/3	-2/3	10/3	
Z	0	0	-10/3 +4/5M	0	-4/3 +9/5M	35/3- 2M	95/3	

القرار الإداري:

إنتاج 10/3 = 3.33 وحدة من المنتج الاول،

إنتاج 5/3 =1.66 وحدات من المنتج الثاني

ليحقق أقل تكلفة ممكنة بمقدار 95/3 =31.33 دينار

ويمكن التأكد من صحة الحل بالتعويض في دالة الهدف

ولكن في الحياة العملية يجب التقريب الى ادني لأنها دالة تقليل التكاليف فيتم تجاهل الكسور والتعامل مع الارقام الصحيحة

فيكون القرار الاداري:

وانتاج 3 وحدات من المنتج الاول،

انتاج 1 وحدة واحدة من المنتج الثاني

ليحقق اقل تكلفة بمقدار 24 دينار

مثال تطبيقي(22):

اوجد الحل الامثل لنموذج البرمجة الخطية التالي باستخدام السمبلكس:

Min $Z = 6X_1 + 4X_2$ SUBJECT TO: $2X_1 + 3X_2 \le 8$ $X_1 + X_2 \ge 4$ $X_1, X_2 \ge 0$	$Z - 6X_1 - 4X_2 - MR2 = 0$ $2X_1 + 3X_2 + S1 = 8$ $X_1 + X_2 - S2 + R2 = 4$

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	R_1	R_2	Solution	Ratio
S1	2	3	1	0	0	0	8	
R2	1	1	0	-1	0	1	4	
Z	-6	-4	0	0	0	-M	0	
MR2	M	M	0	-M	0	M	4M	
OLD Z	-6	-4	0	0	0	-M	0	
NEW Z	-6+M	-4+M	0	-M	0	0	4M	
S1	2	3	1	0	0	0	8	8/3
R2	1	1	0	-1	0	1	4	4/1=4
Z	-6+M	-4+M	0	-M	0	0	4M	
X2	2/3	1	1/3	0	0	0	8/3	محورية
-1(X2)	-2/3	-1	-1/3	0	0	0	-8/3	
OLD R2	1	1	0	-1	0	1	4	
NEW R2	1/3	0	-1/3	-1	0	1	4/3	
4-M(X2)	8/3-2/3M	4-M	4/3-1/3M	0	0	0	32/3-8/3M	

OLD Z	-6+M	-4+M	0	-M	0	0	4M	
NEW Z	-10/3 + 1/3M	0	4/3- 1/3M	-M	0	0	32/3+4/3M	
X2	2/3	1	1/3	0	0	0	8/3	8/3*3/2=4
R2	1/3	0	-1/3	-1	0	1	4/3	4/3*3=4
Z	-10/3 + 1/3M	0	4/3- 1/3M	-M	0	0	32/3+4/3M	
X1	1	0	-1	-3	0	3	4	محورية
-2/3(X1)	-2/3	0	2/3	2	0	-2	-8/3	
OLD X2	2/3	1	1/3	0	0	0	8/3	
NEW X2	0	1	1	2	0	-2	0	
10/3 - 1/3M(X1)	10/3- 1/3M	0	-10/3 + 1/3M	-10 +M	0	10- M	40/3-4/3M	
OLD Z	-10/3 + 1/3M	0	4/3- 1/3M	-M	0	0	32/3+4/3M	
NEW Z	0	0	-2	-10	0	10- M	24	
X1	1	0	-1	-3	0	3	4	
X2	0	1	1	2	0	-2	0	
Z	0	0	-2	-10	0	10- M	24	

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	R_1	R_2	Solution	Ratio
S1	2	3	1	0	0	0	8	جدول الحل الأول
R2	1	1	0	-1	0	1	4	
Z	-6+M	-4+M	0	-M	0	0	4M	
X2	2/3	1	1/3	0	0	0	8/3	جدول الحل الثاني
R2	1/3	0	-1/3	-1	0	1	4/3	
Z	- 10/3+ 1/3M	0	4/3- 1/3M	-M	0	0	32/3+4/3M	
X1	1	0	-1	-3	0	3	4	جدول الحل الثالث
X2	0	1	1	2	0	-2	0	
Z	0	0	-2	-10	0	10-M	24	

القرار الإداري:

إنتاج 4 وحدات من المنتج الأول، وعدم إنتاج أي وحدة من المنتج الثاني

ليحقق أقل تكلفة ممكنة بمقدار 24 دينار

ويمكن التأكد من صحة الحل بالتعويض في دالة الهدف

ملاحظة هامة:

عند تبديل ترتيب القيود فانه يتم تغير ترتيب المتغيرات الاصطناعية R

اذا تساوت قيم عمود النسب نختار المتغير غير اساسي ويعتبر المتغير الخارج ويتم احلال المتغير الداخل مكانه

مثال تطبيقي(23):

اوجد الحل الأمثل لنموذج البرمجة الخطية الأتي:

Min Z = 2X1 + 4 X2	Z - 2X1 - 4 X2 - MR1 = 0
SUB TO: 30X1 + 20X2 $\geq$ 120	30X1 + 20X2 - S1 + R1 = 120
50X1 $\leq$ 100	50X1 + S2 = 100
X1 , X2 $\geq$ 0	

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	R_1	R_2	Solution	Ratio
R1	30	20	-1	0	1	0	120	
S2	50	0	0	1	0	0	100	
Z	-2	-4	0	0	-M	0	0	
MR1	30M	20M	-M	0	M	0	120	
OLD Z	-2	-4	0	0	-M	0	100	
NEW Z	-2+ 30M	-4 +20M	-M	0	0	0	120M	
R1	30	20	-1	0	1	0	120	120/30=4
S2	50	0	0	1	0	0	100	100/50=2
Z	-2+ 30M	-4 +20M	-M	1/25 - 3/5M	0	0	120M	
X1	1	0	0	1/50	0	0	2	محوريه
-30(X1)	-30	0	0	-3/5	0	0	-60	
OLD R1	30	20	-1	0	1	0	120	
NEW R1	0	20	-1	-3/5	1	0	60	

2-30M (X1)	2-30M	0	0	1/25 – 3/5M	0	0	4-60M	
OLD Z	-2+ 30M	-4 +20M	-M	0	0	0	120M	
NEW Z	0	-4 + 20M	-M	1/25 - 3/5M	0	0	4+ 60M	
X1	1	0	0	1/50	0	0	2	2/0=£
R1	0	20	-1	-3/5	1	0	60	60/20=3
Z	0	-4 + 20M	-M	1/25 - 3/5M	0	0	4+ 60M	
X2	0	1	- 1/20	-3/100	1/20	0	3	محوريه
0(X2)	0	0	0	0	0	0	0	
OLD X1	1	0	0	1/50	0	0	2	
NEW X1	1	0	0	1/50	0	0	2	
4-20M (X2)	0	4 - 20M	-1/5 +M	-1/25 +3/5M	1/5 – M	0	12 -60M	
OLD Z	0	-4 + 20M	-M	1/25 - 3/5M	0	0	4+ 60M	
NEW Z	0	0	-1/5	0	1/5 – M	0	16	
X2	0	1	- 1/20	-3/100	1/20	0	3	
X1	1	0	0	1/50	0	0	2	
Z	0	0	-1/5	0	1/5 – M	0	16	

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	R_1	R_2	Solution	Ratio
R1	**30**	**20**	**-1**	**0**	**1**	**0**	**120**	**جدول الحل الابتدائي**
S2	**50**	**0**	**0**	**1**	**0**	**0**	**100**	
Z	**-2**	**-4**	**0**	**0**	**-M**	**0**	**0**	
MR1	**30M**	**20M**	**-M**	**0**	**M**	**0**	**120**	
OLD Z	**-2**	**-4**	**0**	**0**	**-M**	**0**	**100**	
NEW Z	**-2+ 30M**	**-4 +20M**	**-M**	**0**	**0**	**0**	**120M**	
R1	**30**	**20**	**-1**	**0**	**1**	**0**	**120**	**جدول الحل الأولي**
S2	**50**	**0**	**0**	**1**	**0**	**0**	**100**	
Z	**-2+ 30M**	**-4 +20M**	**-M**	**1/25 - 3/5M**	**0**	**0**	**120M**	
X1	**1**	**0**	**0**	**1/50**	**0**	**0**	**2**	**جدول الحل الثاني**
R1	**0**	**20**	**-1**	**-3/5**	**1**	**0**	**60**	
Z	**0**	**-4 + 20M**	**-M**	**1/25 - 3/5M**	**0**	**0**	**4+ 60M**	
X2	**0**	**1**	**- 1/20**	**-3/100**	**1/20**	**0**	**3**	**جدول الحل الثالث**
X1	**1**	**0**	**0**	**1/50**	**0**	**0**	**2**	
Z	**0**	**0**	**-1/5**	**0**	**1/5 - M**	**0**	**16**	

القرار الإداري:

إنتاج 2 وحده من المنتج الأول، و إنتاج 3 وحدات من المنتج الثاني ليحقق أقل تكلفة ممكنة بمقدار 16 دينار

مثال تطبيقي(24):

حالة وجود ثلاث قيود: وتعتبر من الأسئلة الطويلة حيث ان القيد الشاذ لا يؤثر على الحل

$\text{Min } Z = 50X_1 + 100X_2$ SUB TO: $X_1 + X_2 = 120$ $X_1 \leq 100$ $X_2 \geq 80$ $X_1, X_2 \geq 0$	$Z - 50X_1 - 100X_2 - MR1 - MR3 = 0$ $X_1 + X_2 + R1 = 120$ $X_1 + S2 = 100$ $X_2 - S3 + R3 = 80$

Variable	X_1	X_2	S_2	S_3	R_1	R_3	Solution	Ratio
R1	1	1	0	0	1	0	120	
S2	1	0	1	0	0	0	100	
R3	0	1	0	-1	0	1	80	
Z	-50	-100	0	0	-M	-M	0	
MR1	M	M	0	0	M	0	120M	
MR3	0	M	0	-M	0	M	80M	
OLD Z	-50	-100	0	0	-M	-M	0	
NEW Z	- 50 +M	-100 +2M	0	-M	0	0	200M	
R1	1	1	0	0	1	0	120	120/1=120
S2	1	0	1	0	0	0	100	100/0=∞
R3	0	1	0	-1	0	1	80	80/1=80
Z	-50 +M	-100+ 2M	0	-M	0	0	200M	

X2	0	1	0	-1	0	1	80	محورية
-1(X2)	0	-1	0	1	0	-1	-80	
OLD R1	1	1	0	0	1	0	120	
NEW R1	1	0	0	1	1	-1	40	
O(X2)	0	0	0	0	0	0	0	
OLD S2	1	0	1	0	0	0	100	
NEW S2	1	0	1	0	0	0	100	
100-2M(X2)	0	100-2M	0	-100 + 2M	0	100-2M	8000-160M	
OLD Z	-50+M	-100+2M	0	-M	0	0	200M	
NEW Z	-50 +M	0	0	-100 +M	0	100-2M	8000+40M	
X2	0	1	0	-1	0	1	80	80/0=∞
R1	1	0	0	1	1	-1	40	40/1=40
S2	1	0	1	0	0	0	100	100/1=100
Z	-50 +M	0	0	-100 +M	0	100-2M	8000+40M	
X1	1	0	0	1	1	-1	40	محورية
0(X1)	0	0	0	0	0	0	0	
OLD X2	0	1	0	-1	0	1	80	
NEW X2	0	1	0	-1	0	1	80	
-1(X1)	-1	0	0	-1	-1	1	-40	
OLD S2	1	0	1	0	0	0	100	
NEW S2	0	0	1	-1	-1	1	60	
50-M(X1)	50-M	0	0	50-M	50-M	-50 +M	2000-40M	

OLD Z	-50 +M	0	0	-100 +M	0	100-2M	8000+40M	
NEW Z	0	0	0	-50	50-M	50-M	10000	
X1	1	0	0	1	1	-1	40	
X2	0	1	0	-1	0	1	80	
S2	0	0	1	-1	-1	1	60	
Z	0	0	0	-50	50-M	50-M	10000	

Variable	X_1	X_2	S_2	S_3	R_1	R_3	Solution	Ratio
R1	1	1	0	0	1	0	120	جدول الحل الأول
S2	1	0	1	0	0	0	100	
R3	0	1	0	-1	0	1	80	
Z	-50 +M	-100+ 2M	0	-M	0	0	200M	
X2	0	1	0	-1	0	1	80	جدول الحل الثاني
R1	1	0	0	1	1	-1	40	
S2	1	0	1	0	0	0	100	
Z	-50 +M	0	0	-100 +M	0	100-2M	8000+40M	
X1	1	0	0	1	1	-1	40	جدول الحل الثالث
X2	0	1	0	-1	0	1	80	
S2	0	0	1	-1	-1	1	60	
Z	0	0	0	-50	50-M	50-M	10000	

القرار الإداري:

إنتاج 40 **وحدات من المنتج الأول، و إنتاج 80 وحدة من المنتج الثاني**

ليحقق أقل تكلفة ممكنة بمقدار 10000 **دينار**

ويمكن التأكد من صحة الحل بالتعويض في دالة الهدف

مثال تطبيقي(25):

اوجد الحل الأمثل لنموذج البرمجة الخطية الآتي باستخدام السمبلكس:

Min Z = 6X1 + 8X2	Z - 6X1 - 8 X2 - MR1 = 0
SUB TO: 40X1 + 10X2 $\geq$ 360	40X1 + 10X2 - S1 + R1 = 360
40X1 + 20X2 $\leq$ 480	40X1 + 20X2 + S2 = 480
X1 , X2 $\geq$ 0	

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	R_1	R_2	Solution	Ratio
R1	40	10	-1	0	1	0	360	
S2	40	20	0	1	0	0	480	
Z	-6	-8	0	0	-M	0	0	
MR1	40M	10M	-M	0	M	0	360M	
OLD Z	-6	-8	0	0	-M	0	0	
NEW Z	-6 +40M	-8+ 10M	-M	0	0	0	360M	
R1	40	10	-1	0	1	0	360	360/40=9
S2	40	20	0	1	0	0	480	480/40=12
Z	-6 +40M	-8+ 10M	-M	0	0	0	360M	
X1	1	1/4	-1/40	0	1/40	0	9	محوريه
-40(X1)	-40	-10	1	0	-1	0	-360	
OLD S2	40	20	0	1	0	0	480	

NEW S2	0	10	1	1	-1	0	120	
6- 40M(X1)	6- 40M	3/2- 10M	-3/20 +M	0	3/20 -M	0	54-360M	
OLD Z	-6 +40M	-8+ 10M	-M	0	0	0	360M	
NEW Z	0	-13/2	-3/ 20 +M	0	3/20 -M	0	54	
X1	1	1/4	-1/40	0	1/40	0	9	
S2	0	10	2	0	-1	0	120	
Z	0	-13/2	-3/ 20 +M	0	3/20 -M	0	54	

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	R_1	R_2	Solution	Ratio
R1	40	10	-1	0	1	0	360	
S2	40	20	0	1	0	0	480	
Z	-6	-8	0	0	-M	0	0	
R1	40	10	-1	0	1	0	360	جدول الحل الاولي
S2	40	20	0	1	0	0	480	
Z	-6 +40M	-8+ 10M	-M	0	0	0	360M	
X1	1	1/4	-1/40	0	1/40	0	9	جدول الحل الثاني
S2	0	10	1	1	-1	0	120	
Z	0	-13/2	-3/ 20 +M	0	3/20 -M	0	54	

القرار الإداري:

إنتاج 9 وحدات من المنتج الأول فقط ، وعدم إنتاج اي وحدة من المنتج الثاني ليحقق أقل تكلفة ممكنة بمقدار 54 دينار

ويمكن التأكد من صحة الحل بالتعويض في دالة الهدف

ملاحظة هامة:

توقفنا عند جدول الحل الثاني وذلك بالرغم من وجود قيمة سالبه في عمود المتغيرات الاساسية ولكن تم التخلص من رمز M في عمود كميات الحل وبذلك ينتهي الحل وتشذ هنا القاعدة عندما تكون قيمة سالبه في صف دالة الهدف

مثال تطبيقي (26):

اوجد الحل الأمثل لنموذج البرمجة الخطية الآتي باستخدام السمبلكس:

Min Z = 4X1 + 6X2	Z - 4X1 - 6 X2 - MR1 = 0
SUB TO: 40X1 + 10X2 ≥ 240	40X1 + 10X2 - S1 + R1 = 240
40X1 + 20X2 ≤ 320	40X1 + 20X2 + S2 = 320
X1 , X2 ≥ 0	

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	R_1	R_2	Solution	Ratio
R1	40	10	-1	0	1	0	240	
S2	40	20	0	1	0	0	320	
Z	-4	-6	0	0	-M	0	0	
MR1	40M	10M	-M	0	M	0	240M	
OLD Z	-4	-6	0	0	-M	0	0	
NEW Z	-4 +40M	-6+ 10M	-M	0	0	0	240M	
R1	40	10	-1	0	1	0	240	240/40=6
S2	40	20	0	1	0	0	320	320/40=8
Z	-4 +40M	-6+ 10M	-M	0	0	0	240M	
X1	1	1/4	-1/40	0	1/40	0	6	محوريه
-40(X1)	-40	-10	1	0	-1	0	-240	
OLD S2	40	20	0	1	0	0	320	
NEW S2	0	10	1	1	-1	0	80	

4-40M (X1)	4-40M	1/10-10M	-1+10M	0	1/10 -M	0	24 -240M	
OLD Z	-4 +40M	-6+ 10M	-M	0	0	0	240M	
NEW Z	0	-59/10	-1+ 9M	0	1/10 -M	0	24	
X1	1	1/4	-1/40	0	1/40	0	6	
S2	0	10	1	1	-1	0	80	
Z	0	-59/10	-1+ 9M	0	1/10 -M	0	24	

Variable	X_1	X_2	S_1	S_2	R_1	R_2	Solution	Ratio
R1	40	10	-1	0	1	0	240	
S2	40	20	0	1	0	0	320	
Z	-6	-8	0	0	-M	0	0	
R1	40	10	-1	0	1	0	240	جدول الحل الاولي
S2	40	20	0	1	0	0	320	
Z	-4 +40M	-6+ 10M	-M	0	0	0	240M	
X1	1	1/4	-1/40	0	1/40	0	6	جدول الحل الثاني
S2	0	10	1	1	-1	0	80	
Z	0	-59/10	-1+ 9M	0	1/10 -M	0	24	

القرار الإداري:

إنتاج 6 وحدات من المنتج الأول فقط ، و عدم إنتاج اي وحدة من المنتج الثاني ليحقق أقل تكلفة ممكنة بمقدار 24 دينار

ويمكن التأكد من صحة الحل بالتعويض في دالة الهدف

ملاحظة هامة:

توقفنا عند جدول الحل الثاني وذلك بالرغم من وجود قيمة سالبه في عمود المتغيرات الاساسية ولكن تم التخلص من رمز M في عمود كميات الحل وبذلك ينتهي الحل وتشذ هنا القاعدة عندما تكون قيمة سالبه في صف دالة الهدف

مثال تطبيقي(27):

صمم جدول الحل الأولي للبرمجة الخطية الآتية باستخدام السمبلكس:

MIN $Z = 2X_1 + 3X_2$ SUB TO: $-2X_1 + 3X_2 = 30$ $4X_1 + 5X_2 \geq 10$ $X_1 + 2X_2 \leq 5$ $X_1 , X_2 \geq 0$	$Z - 2X_1 - 3X_2 - MR_1 - MR_2 = 0$ $-2X_1 + 3X_2 + R_1 = 30$ $4X_1 + 5X_3 - S_2 + R_2 = 10$ $X_1 + 2X_2 + S_3 = 5$

Variable	X_1	X_2	S_2	S_3	R_1	R_2	Solution	Ratio
R_1	-2	3	0	0	1	0	30	`
R_2	4	5	-1	0	0	1	10	
S_3	1	2	0	1	0	0	5	
Z	-2	-3	0	0	-M	-M	0	
MR1	-2M	3M	0	0	M	0	30M	
MR2	4M	5M	-M	0	0	M	10M	
OLD Z	-2	-1	0	0	-M	-M	0	
NEW Z	-2 + 2M	-1 + 8M	-M	0	0	0	40M	
R_1	-2	3	0	0	1	0	30	جدول الحل الأولي
R_2	4	5	-1	0	0	1	10	
S_3	1	2	0	1	0	0	5	
Z	-2 + 2M	-1 + 8M	-M	0	0	0	40 M	

الحالات الخاصة من البرمجة الخطية في طريقة الصف البسيط:

1. **التكرار أو التفسخ Redundant, Degeneracy**

احد القيود لا يؤثر على الحل

2. **وجود أكثر من حل بديل Alternative Solution**

تكون قيمة دالة الهدف واحدة والمتغيرات أكثر من حالة

3. **لا توجد منطقة حل Infeasible Solution**

لا يوجد تقاطع الحالة متعاكسة

4. **منطقة حل غير محصورة Unbounded Solution Space**

تكون غير محددة ومفتوحة من احد الجنبين

الامثلة الشاملة

السؤال الأول:

اوجد الحل الأمثل لنموذج البرمجة الخطية الآتي باستخدام الطريقة البيانية لحالة تعظيم الارباح:

MAX Z = $3X_1 + 2X_2$

SUBJECT TO: $6X_1 + 4X_2 \leq 24$

$X_1 \leq 3$

$X_1, X_2 \geq 0$

` **MAX Z = $50X_1 + 120X_2$**

SUBJECT TO: $2X_1 + 4X2 \leq 80$

$3X_1 + X2 \leq 60$

$X_1, X_2 \geq 0$

MAX Z = $4X_1 + 6X_2$

SUBJECT TO: $X_1 + 2X_2 \leq 8$

$6X_1 + 4X_2 \leq 24$

$X_1, X_2 \geq 0$

MAX Z = $30 X_1 + 40 X_2$

SUBJECT TO: $4 X_1 + 2 X2 \leq 16$

$2 X_1 - X_2 \geq 2$

$X_2 \leq 2$

$X_1 , X_2 \geq 0$

MAX Z = $2 X_1 + X_2$

SUBJECT TO: $X_1 + X_2 \leq 4$

$3X_1 + X_2 \leq 10$

$X_1 + 4 X_2 \leq 12$

$X_1 , X_2 \geq 0$

MAX Z = $12X_1 + 14X_2$

SUBJECT TO: $2X_1 + 3 X_2 \leq 24$

$2X_1 + X_2 \leq 16$

$X_2 \leq 10$

$X_1 , X_2 \geq 0$

السؤال الثانـي:

اوجد الحل الأمثل لنموذج البرمجة الخطية الآتي باستخدام الطريقة البيانية لحالة تقليل التكاليف:

MIN $Z = 2X_1 + 3X_2$

SUBJECT TO: $5X_1 + 10X_2 \geq 90$

$4X_1 + 3X_2 \geq 48$

$0.5X_1 \geq 1.5$

$X_1, X_2 \geq 0$

Min $Z = 24X_1 + 28X_2$

SUBJECT TO: $5X_1 + 4X_2 \leq 2000$

$X_1 \geq 80$

$X_1 + X_2 \geq 300$

$X_2 \geq 100$

$X_1, X_2 \geq 0$

Min $Z = X_1 + 2X_2$

SUBJECT TO: $X_1 + 3X_2 \geq 90$

$8X_1 + 2X_2 \geq 160$

$3X_1 + 2X_2 \geq 120$

$X_2 \leq 100$

$X_1, X_2 \geq 0$

السؤال الثالث:

اوجد الحل الأمثل باستخدام طريقة السمبلكس حالة تعظيم الأرباح:

MAX $Z = 4X_1 + 5X_2$ **SUB TO: $X_1 + X_2 \geq 80$** **$3X_1 + 2X_2 \geq 75$** **$X_1 , X_2 \geq 0$**	
MAX $Z = 2X_1 + 3X_2$ **SUB TO: $6X_1 + 9X_2 \leq 18$** **$9X_1 + 3X_2 \geq 9$** **$X_1 , X_2 \geq 0$**	
MAX $Z = 200X_1 + 200X_2$ **SUB TO: $2X_1 + X_2 \leq 8$** **$X_1 + 3X_2 \leq 9$** **$X_1 , X_2 \geq 0$**	
MAX $Z = 120X_1 + 240X_2$ **SUB TO: $2X_1 + 2X_2 \geq 0.5$** **$X_1 + 3X_2 \geq 0.4$** **$X_1 , X_2 \geq 0$**	

السؤال الرابع:

اوجد الحل الأمثل باستخدام طريقة السمبلكس حالة تقليل التكاليف

Min Z = 5X1 + 6 X2 SUBJECT TO: X1 + X2 = 1000 X1 ≤ 300 X2 ≥ 150 X1 , X2 ≥ 0	
Min Z = 4X1 + X2 SUB TO: 3X1 + X2 = 3 4X1 + 3X2 ≥ 6 X1 + 2X2 ≤ 3 X1 , X2 ≥ 0	
Min Z = $8X_1 + 4X_2$ SUBJECT TO: $2X_1 + 3X_2 \geq 6$ $X_1 + 2X_2 \leq 3$ $X_1 , X_2 \geq 0$	

الفصل الرابع

النموذج المقابل Dual Model

متى نلجأ إلى استخدام النموذج المقابل؟

يستخدم النموذج المقابل لغرضين أساسين:

1- التوصل إلى الحل الأمثل لمشاكل البرمجة الخطية.

2- سرعة التوصل للحل عندما يصعب حل النموذج الأولي.

تعريف النموذج المقابل:

هو عملية عكس النموذج الأولى بكل محتوياته.

ولأي مشكلة برمجية يرتبط معها نموذج برمجي مقابل له.

الخطوات الأساسية لتحويل النموذج الأولي إلى نموذج مقابل:

النموذج المقابل	النموذج الأولي	
Min	**Max**	**1**
Max	**Min**	**2**
W	**Z**	**3**
Y	**X**	**4**
المعاملات	**ثوابت**	**5**
ثوابت	**المعاملات**	**6**
$\leq$	$\geq$	**7**
$\geq$	$\leq$	**8**
منقول مصفوفة المعاملات **الصف يصبح عمود** **والعمود يصبح صف**	**مصفوفة المعاملات** **الصفوف** **الأعمدة**	**9**
شرط عدم السلبية	**شرط عدم السلبية**	**10**

1- عكس صيغة دالة الهدف تعظيم إلى تقليل والعكس التقليل إلى تعظيم
2- تحويل رمز دالة الهدف
3- استبدال المتغيرات الأساسية
4- جعل الثوابت على يمين القيود معاملات في دالة الهدف والعكس معاملات دالة الهدف ثوابت على يمين القيود
5- عكس إشارة القيود الأكبر من أو يساوي إلى اصغر من أو يساوي و العكس الأصغر من أو يساوي إلى اكبر من أو يساوي
6- تحويل مصفوفة المعاملات إلى منقول مصفوفة المعاملات بحيث تكون الصفوف أعمدة والأعمدة صفوف
7- إضافة شرط عدم السلبية للمتغيرات الجديدة

ملاحظات عامة:

1- إذا كان شكل احد القيود غير متناسق عن القيود الأخرى نضرب القيد كله في -1
2- عدد متغيرات النموذج الأولي = عدد قيود النموذج المقابل
3- عدد قيود النموذج الأولي = عدد متغيرات النموذج المقابل
4- داله الهدف في حالة التعظيم يكون القيد اصغر أو يساوي $\leq$ خلاف ذلك نضرب القيد في -1
5- دالة الهدف في حالة التقليل يكون القيد اكبر من أو يساوي $\geq$ خلاف ذلك نضرب القيد في -1
6- لو كانت دالة الهدف تعظيم وإشارة القيد = نفرض مرة $\geq$ و نضرب القيد في -1
7- لو كانت دالة الهدف تعظيم وإشارة القيد = نفرض مرة $\leq$ يبقى كما هو
8- حل النموذج الأولي والنموذج المقابل متطابقان

الأمثلة التطبيقية(1):

حول النموذج الأولي إلى النموذج المقابل:

	النموذج الأولي	النموذج المقابل
1	MAX $Z = 3X1 + 2X2$ SUBJECT TO: $6X1 + 4X2 \leq 24$ $X1 \leq 3$ $X1, X2 \geq 0$	MIN $W = 24Y_1 + 3Y_2$ SUB.TO: $6Y_1 + Y_2 \geq 3$ $4Y_1 \geq 2$ $Y_1, Y_2 \geq 0$
2	` MAX $Z = 50X1 + 120X2$ SUBJECT TO: $2X1 + 4X2 \leq 80$ $3X1 + X2 \leq 60$ $X1, X2 \geq 0$	MIN $W = 80Y_1 + 60Y_2$ SUB.TO: $2Y_1 + 3Y_2 \geq 50$ $4Y_1 + Y_2 \geq 120$ $Y_1, Y_2 \geq 0$
3	MAX $Z = 4X1 + 6X2$ SUBJECT TO: $X1 + 2X2 \leq 8$ $6X1 + 4X2 \leq 24$ $X1, X2 \geq 0$	MIN $W = 8Y_1 + 24Y_2$ SUB.TO: $Y_1 + 6Y_2 \geq 4$ $2Y_1 + 4Y_2 \geq 6$ $Y_1, Y_2 \geq 0$
4	MAX $Z = 30X1 + 40X2$ SUBJECT TO: $2X1 + X2 \leq 2$ $X2 \leq 2$ $X1, X2 \geq 0$	MIN $W = 2Y_1 + 2Y_2$ SUB.TO: $2Y_1 \geq 30$ $Y_1 + Y_2 \geq 40$ $Y_1, Y_2 \geq 0$

5	MAX Z = 2 X1 + X2 SUBJECT TO: X1 + X2 ≤ 4 3X1 + X2 ≤ 10 X1 + 4 X2 ≤ 12 X1 , X2 ≥ 0	$MIN\ W = 4Y_1 + 10Y_2 + 12Y_3$ SUB.TO: $Y_1 + 3Y_2 + Y_3 \geq 2$ $Y_1 + Y_2 + 4Y_3 \geq 1$ $Y_1, Y_2, Y_3 \geq 0$
6	MAX Z = 12X1 + 14X2 SUBJECT TO: 2X1 + 3 X2 ≤ 24 2X1 + X2 ≤ 16 X2 ≤ 10 X1 , X2 ≥ 0	$MIN\ W = 24Y_1 + 16Y_2 + 10Y_3$ SUB.TO: $2Y_1 + 2Y_2 \geq 12$ $3Y_1 + Y_2 + Y_3 \geq 14$ $Y_1, Y_2, Y_3 \geq 0$
7	$Min\ Z = 4X_1 + X_2$ SUBJECT TO: $30X_1 + 10X_2 \geq 100$ $125X_1 + 12X_2 \geq 200$ $120X_1 + 15X_2 \geq 150$ $X_1, X_2 \geq 0$	$MAX\ W = 100Y_1 + 200Y_2 + 150Y_3$ SUB.TO: $30Y_1 + 125Y_2 + 120Y_3 \leq 4$ $10Y_1 + 12Y_2 + 15Y_3 \leq 1$ $Y_1, Y_2, Y_3 \geq 0$
8	$MAX\ Z = X_1 + X_2 - X_3 - X_4$ SUB TO: $3X_1 - 2X_2 + X_3 + 5X_4 \leq 18$ $5X_1 + 6X_3 \leq 20$ $(-X_1 + X_2 + 4X_3 + X_4 \geq 9)x-1$ $X_1, X_2 X_3, X_4 \geq 0$	$MIN\ W = 18Y_1 + 20Y_2 - 9Y_3$ SUB.TO: $3Y_1 + 5Y_2 + Y_3 \geq 1$ $-2Y_1 - Y_3 \geq 1$ $Y_1 + 6Y_2 - 4Y_3 \geq -1$ $5Y_1 - Y_3 \geq -1$ $Y_1, Y_2, Y_3 \geq 0$
9	$MAX\ Z = 2X_1 + 3X_2$ SUBJECT TO: $X_1 + 2X_2 \leq 4$ $3X_1 + X_2 \leq 6$ $X_1, X_2 \geq 0$	$MIN\ W = 4Y_1 + 6Y_2$ SUB.TO: $Y_1 + 3Y_2 \geq 2$ $2Y_1 + Y_2 \geq 3$ $Y_1, Y_2 \geq 0$

10	$\text{Min } Z = 4X_1 + X_2$ SUBJECT TO: $3X_1 + X_2 \geq 3$ $4X_1 + 3X_2 \geq 6$ $(X_1 + 2X_2 \leq 3) \text{ x-1}$ $X_1, X_2 \geq 0$	$\text{MAX } W = 3Y_1 + 6Y_2 - 3Y_3$ SUB.TO: $3Y_1 + 4Y_2 - Y_3 \leq 4$ $Y_1 + 3Y_2 - 2Y_3 \leq 1$ $Y_1, Y_2, Y_3 \geq 0$
11	$\text{Min } Z = 200X_1 + 160X_2$ SUBJECT TO: $6X_1 + 2X_2 \geq 12$ $4X_1 + 12X_2 \geq 24$ $2X_1 + 2X_2 \geq 8$ $X_1, X_2 \geq 0$	$\text{MAX } W = 12Y_1 + 24Y_2 - 8Y_3$ SUB.TO: $6Y_1 + 4Y_2 + 2Y_3 \leq 200$ $2Y_1 + 12Y_2 + 2Y_3 \leq 160$ $Y_1, Y_2, Y_3 \geq 0$
12	$\text{MAX } Z = X_1 + X_2 - X_3$ SUBJECT TO: $3X_1 + 4X_2 - 5X_3 \leq 14$ $(5X_1 \quad -2X_3 \geq 6) \text{ x-1}$ $X_1, X_2, X_3 \geq 0$	$\text{MIN } W = 14Y_1 - 6Y_2$ SUB.TO: $3Y_1 - 5Y_2 \geq 1$ $4Y_1 \quad \geq 1$ $-5Y_1 + 2Y_2 \geq -1$ $Y_1, Y_2 \geq 0$
13	$\text{Min } Z = 2X_1 - 3X_2 + 3X_3 + 4X_4$ SUB TO: $(2X_1 + 3X_2 - 4X_3 - 2X_4 \leq 20) \text{x-1}$ $4X_1 + 2X_2 \quad + X_4 \geq 30$ $5X_1 \quad + 3X_4 \geq 35$ $X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$	$\text{MAX } W = -20Y_1 + 30Y_2 + 35Y_3$ SUB.TO: $-2Y_1 + 4Y_2 + 5Y_3 \leq 2$ $-3Y_1 + 2Y_2 \quad \leq -3$ $4Y_1 \quad \leq 3$ $2Y_1 + Y_2 + \quad 3Y_3 \leq 4$ $Y_1, Y_2, Y_3 \geq 0$
14	$\text{MAX } Z = 3X_1 + X_2$ SUBJECT TO: $4X_1 + X_2 = 5$ $X_1 - 2X_2 \leq 2$ $X_1, X_2 \geq 0$	

	بفرض مرة اكبر مرة اصغر $MAX\ Z = 3X_1 + X_2$ $4X_1 + X_2 \le 5$ $(4X_1 + X_2 \ge 5)x\text{-}1$ $X_1 - 2X_2 \le 2$ $X_1, X_2 \ge 0$ وتعتبر من الحالات الشاذة	$MIN\ W = 5Y_1 - 5Y_2 + 2Y_3$ SUB.TO: $4Y_1 - 4Y_2 + Y_3 \ge 3$ $Y_1 - Y_2 - 2Y_3 \ge 1$ $Y_1, Y_2, Y_3 \ge 0$

الامثلة الشاملة

السؤال الأول:

حول النموذج الأولي إلى النموذج المقابل:

MAX $Z = X_1 + 3X_2 - 2X_3$ **SUBJECT TO:** $2X_1 + 2X_2 - 2X_3 \le 10$ $X_1 + 4X_2 \le 12$ $3X_1 + 5X_3 \le 18$ $X_1, X_2, X_3 \ge 0$	
Min $Z = 2X_1 + X_2$ **SUBJECT TO:** $X_1 + 3X_2 \ge 30$ $4X_1 + 2X_2 \ge 40$ $X_1, X_2 \ge 0$	
MAX $Z = 50X_1 + 120X_2$ **SUBJECT TO:** $2X_1 + 4X_2 \le 80$ $3X_1 + X_2 \le 60$ $X_1, X_2 \ge 0$	
MAX $Z = 9X_1 + 7X_2$ **SUB TO:** $2X_1 + 4X_2 \le 40$ $X_1 + 3X_2 \le 30$ $X_1, X_2 \ge 0$	

MAX Z = $3X_1 + 5X_2$ **SUB TO: $X_2 \le 6$** **$3X_1 + 2X_2 \le 18$** **$X_1, X_2 \ge 0$**	
MAX Z = $10X_1 + 8X_2$ **SUB TO: $4X_1 + 2X_2 \le 80$** **$X_1 + 2X_2 \le 50$** **$X_1, X_2 \ge 0$**	
MAX Z = $4X_1 + 5X_2$ **SUB TO: $X_1 + X_2 \ge 80$** **$3X_1 + 2X_2 \ge 75$** **$X_1, X_2 \ge 0$**	
Min Z = $5X_1 + 9X_2 + 7X_3$ **SUB TO: $5X_1 + 10X_2 + 8X_3 \ge 210$** **$25X_1 + 30X_2 = 900$** **$X_1, X_2 \ge 0$**	

$\text{Min } Z = 5X_1 + 6X_2$ SUBJECT TO: $X_1 + X_2 = 1000$ $X_1 \leq 300$ $X_2 \geq 150$ $X_1, X_2 \geq 0$	
$\text{Min } Z = 4X_1 + X_2$ SUB TO: $3X_1 + X_2 = 3$ $4X_1 + 3X_2 \geq 6$ $X_1 + 2X_2 \leq 3$ $X_1, X_2 \geq 0$	
$\text{Min } Z = 2X_1 + 3X_2$ SUB TO: $6X_1 + 9X_2 \leq 18$ $9X_1 + 3X_2 \geq 9$ $X_1, X_2 \geq 0$	

السؤال الثانـي:

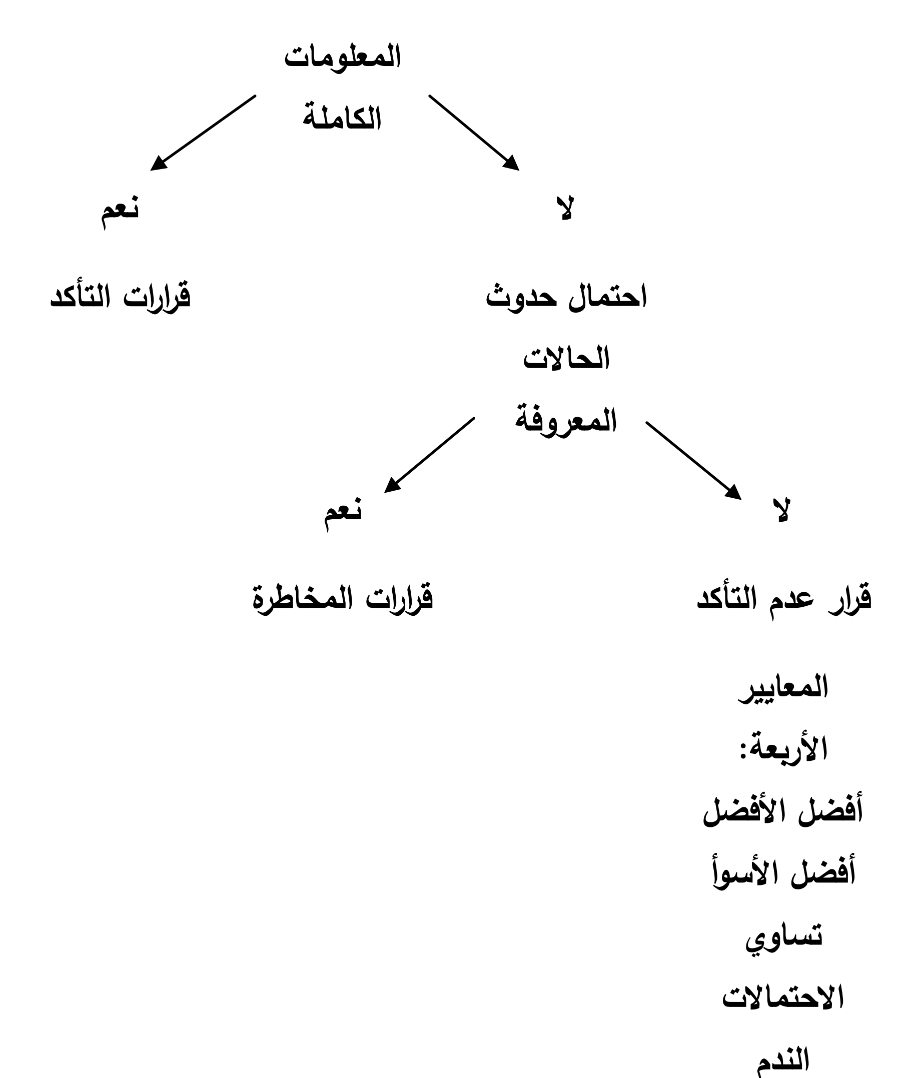
حول النموذج المقابل إلى النموذج الأولي:

MAX W = $100Y_1 + 150\ Y_2 + 200Y_3$ **SUBJECT TO: $10Y_1 + 15Y_2 + 16Y_3 \le 3$** **$20Y_1 + 20\ Y_2 + 186Y_3 \le 2$** **$Y_1, Y_2, Y_3 \ge 0$**	
MIN W = $8Y_1 + 12\ Y_2$ **SUBJECT TO: $3Y_1 + 2Y_2 \ge 2$** **$5Y_1 + 7\ Y_2 \ge 5$** **$Y_1, Y_2 \ge 0$**	
MIN W = 2 Y1 + 13Y2 **SUB.TO: 6Y1 + 4Y2 $\le$ 12** **5Y1 $\le$ 7** **Y1, Y2 $\ge$ 0**	
MIN W = 10 Y1 + 6Y2 **SUB.TO: 12Y1 + 13Y2 $\ge$ 510** **14Y1 + 3Y2 $\ge$ 220** **Y1, Y2 $\ge$ 0**	
MIN W = 22 Y1 + 33Y2 **SUB.TO: 60Y1 + 20Y2 $\le$ 31** **40Y1 $\le$ 21** **Y1, Y2 $\ge$ 0**	

نهاية امتحان نصف الفصل في الاسبوع الثامن

الفصل الخامس

نظرية وشجرة القرارات Decision and Tree Theory



تعريفات هامة:

نظرية القرارات Decision Theory

هي طريقة تحليلية منهجية للتعامل مع المشاكل بأسلوب علمي منظم وبالاستعانة بمنهج كمي يساعد في تقييم واختيار البدائل المثلى

القرار Decision

اختيار بديل من بين مجموعة من البدائل بهدف تحقيق هدف أو مجموعة أهداف معينة

العناصر الأساسية للقرار:

الاختيار choice

مجموعة من البدائل المتاحة Alternative

مجموعة من الأهداف Goals

ما هو القرار الجيد؟

هو الذي يبنى على المنطق ويدرس جميع البدائل ويعتمد الأساليب الكمية كمنهج علمي لاتخاذه.

مصفوفة القرار Decisions Matrix

عبارة عن مجموعة صفوف أو أعمدة حيث تمثل الصفوف الخيارات أو البدائل المتاحة أمام متخذ القرار في حين أن الأعمدة تمثل حالات الطبيعة أو الظروف الخارجية المحتمل حصولها

العائد (المردود أو الناتج) OUTCOMES

هو الربح أو الخسارة التي تنتج عن تبني استراتيجية معينة وحصول ظرف خارجي معين

الاستراتيجية (البديل) Strategy

الأساليب أو طرق العمل التي يلجا إليها المدير لتحقيق أهدافه في ظل حالات طبيعة معينة

حالات الطبيعة States Of Nature

هي الظروف أو العوامل الخارجية التي يمكن أن تؤثر في العائد أو نتيجة القرار دون أن يكون لمتخذ القرار سيطرة عليها

بيئة أو ظروف صنع واتخاذ القرار Decision Making Condition

- **حالة التأكد التام Certainty**
- **حالة المخاطرة Risk**
- **حالة عدم التأكد Uncertainty**

إن كل من هذه الحالات لها سمات تميزها عن غيرها وتجعل من عملية صنع القرار في ظلها مختلفة من حيث درجة التعقيد وسهولتها أو صعوبتها كما أن لكل ظرف أساليب أو نماذج كمية يمكن أن تعتمد لمساعدة متخذ القرار

اولا:

تعريف حالة التأكد التام Certainty

الحالة التي يعرف فيها متخذ القرار العائد الذي ينتج عن تبني أي من البدائل المتاحة على وجه الدقة والتأكد التام

مثال تطبيقي(1):

يرغب احد المستثمرين استثمار مبلغ معين من المال حيث أن العائد الذي يأمل الحصول عليه من كل مجال من مجالات الاستثمار موضح أدناه: المطلوب تحديد إستراتيجية الاستثمار المثلى التي تعظم العائد؟

مجال الاستثمار	العائد المتوقع
وديعة حكومية S1	%5
سندات حكومية S2	%6
شهادات استثمار S3	%5.5

الحل:

اختيار اكبر عائد

وهو استثمار في السندات الحكومية

الاستراتيجية الثانية

بأكبر عائد = 6%

مثال تطبيقي(2):

يفكر رجل أن يسافر من عبور رفح البري إلى القاهرة ويرغب في اختيار وسيلة النقل الأقل تكلفة من بين وسائل النقل المختلفة موضحة في الجدول أدناه:

المطلوب: تحديد الاستراتيجية المثلى التي تحقق اقل تكلفة ممكنة للسفر؟

وسيلة النقل المتاحة	التكلفة النقدية بالدولار
سيارة خاصةS1	20
باص سوبر جت S2	<u>10</u>
قطارS3	18
سيارة أجرة بالراكب S4	14
طائرةS5	50

الحل:

اختيار الاستراتيجية الثانية

الأقل في التكلفة

بقيمة 10 دولار

سيتم اختيار باص سوبر جت

ثانيا:

تعريف حالة المخاطرة Risk

حالة يعرف فيها متخذ القرار احتمال حصول كل حالة من حالات الطبيعة من خلال الخبرة السابقة أو السجلات أو البيانات التاريخية

وفيها يتم استخدام أسلوب حساب القيمة المتوقعة Expected Value (EV)

لكل بديل من البدائل ويختار أعلى قيمة في حالة تعظيم الأرباح

واختيار أدنى قيمة في حالة تقليل التكاليف

مثال تطبيقي(3):

ترغب شركة جوال بتحقيق ثلاثة أهدف وهي: زيادة الأرباح، زيادة حجم المبيعات، كسب زبائن جدد. وقد قرر مجلس إدارة شركة جوال إتباع ثلاثة استراتيجيات وهي:

خصم كمية، هدايا ترويجية، حملة إعلانية مكثفة.

فإذا علمت أن الزيادة نسبة مئوية المتوقع تحقيقها عند إتباع أي من الاستراتيجيات الثلاث في كل هدف من الأهداف موضحة في الجدول أدناه:

المطلوب: تحديد الاستراتيجية المثلى التي يجب أن تتبعها الشركة؟

الاهداف \ الاستراتيجيات	زيادة الارباح	زيادة حجم المبيعات	كسب زبائن جدد
خصم كمية S1	6%	10%	8%
هدايا ترويجية S2	4%	12%	5%
حملة إعلانية S3	8%	9%	10%
الأهمية النسبي للأهداف	0.30	0.30	0.40

الحل:

نلاحظ ان الاهمية النسبية مجموعها يساوي الواحد الصحيح

ويتم وضعها تقديريا من قبل الادارة المتخصصة وعند ذكرها يتم احتساب النتيجة من خلال ضرب العائد في الاهمية النسبية لكل استراتيجية واختيار البديل الافضل طبقا للهدف المرجو

النتيجة	العائد × الاستراتيجية	الاهداف \ الاستراتيجيات
8%	6% x 0.3 + 10% x 0.3 + 8% x 0. 4 =	خصم كمية S1
6.8%	4% x 0.3 + 12% x 0.3 + 5% x 0.4 =	هدايا ترويجية S2
9.1%	8% x 0.3 + 9% x 0.3 + 10% x 0.4 =	حملة إعلانية S3

القرار:

يتم اختيار الاستراتيجية الثالثة
الحملة الإعلانية
التي تحقق أعلى عائد
بقيمة 9.1%

مثال تطبيقي(4):

فيما يلي مصفوفة العائد الخاصة لمشاريع أحد المستثمرين الذي يرغب باختيار إستراتيجية الاستثمار المناسب.

المطلوب: إجراء الحسابات وتحديد الاستراتيجية المثلى بالدينار الأردني؟

حالات الطبيعة \ الاستراتيجيات	سوق منتعشة	سوق جيدة	سوق راكدة
الاستثمار في تجارة الملابس S1	**15**	**10**	**3**
الاستثمار في العقارات S2	**14**	**10**	**6**
الاستثمار في السوق المالي S3	**20**	**14**	**-4**
الأهمية النسبي للأهداف	**0.40**	**0.50**	**0.10**

الحل: حساب القيمة المتوقعة لكل إستراتيجية بضرب العائد المتوقع في احتمال حصولها

الاهداف \ الاستراتيجيات	العائد × الاستراتيجية	النتيجة
الاستثمار في تجارة الملابس S1	15 x 0.4 + 10 x 0.5 + 3 x 0. 1 =	11.3
الاستثمار في العقارات S2	14 x 0.4 + 10 x 0.5 + 6 x 0.1 =	12
الاستثمار في السوق المالي S3	20 x 0.4 + 14 x 0.5 - 4 x 0.1 =	14.6

القرار:

اختيار الاستراتيجية الثالثة

الاستثمار في السوق المالي

بأعلى قيمة متوقعة

تساوي 14.6 ألف دينار

ثالثا:

تعريف حالة عدم التأكد Uncertainty

حالة تتعدد فيها الاستراتيجيات وحالات الطبيعة مع عدم وجود معلومات ولا احتمالات لحصول حالات الطبيعة.

لذلك لابد من الاستعانة بأربعة معايير شائعة الاستخدام في ظل ظروف عدم التأكد:

- **معيار التشاؤم (أفضل الأسوأ) MAXIMIN**
  ويسمى معيار والد نسبة إلى Abraham Wald
  يقوم هذا المعيار على افتراض التشاؤم في الحالة النفسية لمتخذ القرار
  اختيار أفضل أسوأ احتمال (أقصى الأدنى)
  باعتماد: تحديد أسوأ النتائج في كل إستراتيجية من الاستراتيجيات ومن ثم اختيار كل بديل البديل الأفضل الذي سيكون أعلى الأرقام في حالة الأرباح، أما في حالة تقليل التكاليف فان الاختيار لأسوأ النتائج فان البديل الأمثل سيكون اختيار أدنى رقم فيها

مثال تطبيقي(5):

اعتمد معيار والد لاختيار الإستراتيجية المثلى لحالة تعظيم الأرباح بقيمة ألاف الدنانير

S / N	N1	N2	N3	N4
S1	15	18	40	35
S2	26	19	28	17
S3	40	36	41	26
S4	28	22	32	19

الحل: نحدد أدنى القيم في كل إستراتيجية من الاستراتيجيات لأنها مصفوفة أرباح

S / N	WALAD MAXIMIN والد التشاؤم افضل الاسوأ أقصى الأدنى
S1	15
S2	17
S3	<u>26</u>
S4	19

القرار:

اختيار الإستراتيجية الثالثة

لأنـها أعلى رقم

بقيمة 26 ألف دينار

مثال تطبيقي(6):

اعتمد معيار والد لاختيار الإستراتيجية المثلى لحالة تقليل التكاليف بقيمة آلاف الدنانير

S / N	N1	N2	N3	N4
S1	40	55	43	35
S2	32	41	48	40
S3	45	38	36	51

الحل: نحدد أسوء القيم في كل إستراتيجية من الاستراتيجيات لأنها تقليل التكاليف

S / N	WALAD MAXIMIN والد التشاؤم افضل الاسوأ أقصى الأدنى
S1	55
S2	<u>48</u>
S3	51

القرار:

اختيار الاستراتيجية الثانية

لأنـها أقل تكلفة

بقيمة 48 ألف دينار

معيار الواقعية معيار التفاؤل معيار هيروتز Horwize

معيار التفاؤل(أفضل الأفضل) MAXIMAX

يقوم هذا المعيار على افتراض التفاؤل في الحالة النفسية لمتخذ القرار واختيار البديل الذي يعطي أفضل النتائج ويسمى هذا المعيار معيار الواقعية وينسب للعالم loind horwiez ويقوم هذا المعيار على أساس الأخذ بنظر الاعتبار أسوأ النتائج وأفضلها في كل إستراتيجية وكذلك مراعاة الحالة النفسية لمتخذ القرار ومدى كونه متفائلا أو متشائما حيث يتم تحديد ما يسمى معامل التفاؤل وتتراوح قيمتها بين (0,1)

ويتم اختيار البديل الأفضل وفق الخطوات الآتية:

1- **يتم اختيار أفضل النتائج في كل إستراتيجية وكذلك أسوا النتائج فيها**
2- **تحديد معامل التفاؤل وسيكون متمم هذا المعامل هو معامل التشاؤم فإذا كان معامل التفاؤل = 0,6 فان معامل التشاؤم = 0,4 مثلا ان كان(0,3 فالأخر يكون 0,7)**
3- **ضرب أفضل النتائج من كل إستراتيجية في معامل التفاؤل وكذلك ضرب معامل التشاؤم في أسوا النتائج وجمع القيمتين**
4- **اختيار أعلى الأرقام في حالة تعظيم الأرباح واختيار اقل الأرقام في حالة تقليل التكاليف.**
5- **يتم اختيار أفضل النتائج في كل إستراتيجية وكذلك أسوا النتائج فيها**
6- **تحديد معامل التفاؤل وسيكون متمم هذا المعامل هو معامل التشاؤم فإذا كان معامل التفاؤل = 0,6 فان معامل التشاؤم = 0,4**
7- **ضرب أفضل النتائج من كل إستراتيجية في معامل التفاؤل وكذلك ضرب معامل التشاؤم في أسوا النتائج وجمع القيمتين**
8- **اختيار أعلى الأرقام في حالة تعظيم الأرباح واختيار اقل الأرقام في حالة تقليل التكاليف.**

ملاحظة: اذا لم يتم ذكر معامل التفاؤل او التشاؤم يتعامل على انه حالة التأكد التام

مثال تطبيقي(7):

توضح المصفوفة التالية العوائد المتوقعة من تبني أي من الاستراتيجيات الأربعة المتاحة أمام متخذ القرار وحصول أي حالة من حالات الطبيعة.

المطلوب: اعتماد معيار التفاؤل لتحديد أفضل إستراتيجية بهدف تعظيم الربح علما أن معامل التفاؤل = 0.6

S / N	N1	N2	N3
S1	10	8	4
S2	12	10	8
S3	8	5	12
S4	20	16	18

الحل: تحدد أفضل النتائج في كل إستراتيجية وضربها في معامل التفاؤل = 0.6

وتحدد أسوإ النتائج في كل إستراتيجية وضربها في معامل التشاؤم = 0.4

S / N	BEST	WORST	RESULT
S1	10 x 0.6	4 x 0.4	7.6
S2	12 x 0.6	8 x 0.4	10.4
S3	12 x 0.6	5 x 0.4	9.2
S4	20 x 0.6	16 x 0.4	18.4

القرار:

تبني البديل الرابع

والاستراتيجية الرابعة

الذي سيحقق 18.4 ألف دينار

مثال تطبيقي(8):

توضح المصفوفة التالية العوائد المتوقعة من تبني أي من الاستراتيجيات الأربعة المتاحة أمام متخذ القرار وحصول أي حالة من حالات الطبيعة.

المطلوب: اعتماد معيار التفاؤل لتحديد أفضل إستراتيجية بهدف اقل التكاليف علما ان معامل التفاؤل = 0.6

S / N	N1	N2	N3
S1	10	8	4
S2	12	10	8
S3	8	5	12
S4	20	16	18

الحل

S / N	WORST	BEST	RESULT
S1	4 x 0.6	10 x 0.4	<u>6.4</u>
S2	8 x 0.6	12 x 0.4	9.6
S3	5 x 0.6	12 x 0.4	7.8
S4	16 x 0.6	20 x 0.4	17.6

القرار:

تبني الاستراتيجية الأولى

لأنـها تمثل اقل تكلفة

بقيمة 6,4 ألف دينار

معيار لابلاس (تساوي الاحتمالات) المتوسط الحسابي LAPLACE

يقوم هذا المعيار على أساس الفلسفة التي تفترض انه طالما لا يمكن معرفة احتمال حصول كل حالة من حالات الطبيعة فانه يجب معاملتها بالتساوي من حيث احتمال حدوثها لذا تفترض إن كل الحالات لها نفس الاحتمال بإمكانية الحدوث فان كان هناك خمسة حالات طبيعة متوقعة فان احتمال حصول كل منها 0.2 ، ويتم اتخاذ القرار هنا عن طريق جمع القيم الخاصة بكل إستراتيجية في ظل حالات الطبيعة المختلفة وقسمتها على عدد حالات الطبيعة المختلفة وقسمتها على عدد حالات الطبيعة ثم نختار أعلى الأرقام إذا كان الهدف تعظيم الربح واختيار اقل رقم في حالة تقليل التكاليف

ويعتبر معيار لابلاس هو تساوي احتمالات حدوث حالات الطبيعة في حالة عدم التأكد كل معيار على نقيض الآخر ويتم تحديد القيمة المتوقعة لكل بديل عن طريق ضرب نتيجة البديل مع احتمال حدوث حالة الطبيعة واختيار البديل الذي يعطي أعلى نتيجة

ويعتبر حل الأمثلة على هذا المعيار بنفس الطريقة وهي ايجاد المتوسط الحسابي لكل استراتيجية

اذا كانت مصفوفة عائد يتم اختيار اعلى قيمة

اذا كانت مصفوفة تكاليف يتم اختيار اقل رقم

مثال تطبيقي(9):

مصفوفة القرار التالية لاستثمار مبلغ معين وهناك عدة بدائل وظروف خارجية

المطلوب: تحديد البديل الأفضل للاستثمار باستخدام معيار لابلاس.

S / N	N1	N2	N3	N4
S1	8	14	10	12
S2	6	12	16	8
S3	10	9	11	8
S4	16	13	15	12

الحل:

S / N	المجموع ÷ العدد	RESULT
S1	(8 + 14+ 10 + 12) ÷ 4	11
S2	(6 + 12 + 16 + 8) ÷ 4	10.5
S3	(10 + 9 + 11 + 8) ÷ 4	9.5
S4	(16 + 13 + 15 + 12) ÷4	14

القرار:

سيتم تبني الاستراتيجية الرابعة

لأعلى أرباح

بقيمة 14 ألف دينار

لو اختيار الاستراتيجية الثالثة

لأقل التكاليف

بقيمة 9.5 الف دينار

معيار الندم(سافاج أقل ندم) MINIMAX REGRET SAVAGE

الفرق بين العائد الذي حصل عليه متخذ القرار وبين ما يجب أن يحصل عليه لو انه اتخذ أو اختار البديل الأفضل ويقوم على الندم التي تصيب حالة متخذ القرار في حالة عدم اتخاذ القرار السليم وهي بطرح كل أرقام حالة الطبيعة من أفضل نتيجة ثم تحديد أعلى ندم في كل بديل واختيار أفضل الأسوأ أي اقل رقم ناتج

مثال تطبيقي(10):

اعتمد معيار الندم لاختيار البديل الأفضل في مصفوفة الأرباح التالية:

S / N	N1	N2	N3
S1	12	18	15
S2	17	10	14
S3	22	16	10
S4	14	14	14

الحل: بما أنها مصفوفة أرباح فانه يتم تحديد أعلى الأرقام في كل عمود من الأعمدة وطرح باقي أرقام العمود منه.

S / N	N1	N2	N3
S1	10	0	0
S2	5	8	1
S3	0	2	5
S4	8	4	1

تحديد أعلى أرقام في كل إستراتيجية والتي تمثل أعلى ندم والإستراتيجية المثلى التي تقابل اقل ندم

SAVAGE MINIMAX REGRET الندم سافاج	S / N
10	S1
8	S2
5 اقل ندم	S3
8	S4

القرار: تبنـي الاستراتيجية الثالثة

لأنـها تمثل اقل ندم

بقيمة 5 ألاف دينار

مثال تطبيقي(11):

اعتمد معيار الندم لاختيار البديل الأفضل في مصفوفة التكاليف التالية:

S / N	N1	N2	N3
S1	12	18	15
S2	17	10	14
S3	22	16	10
S4	14	14	14

الحل: بما أنـها مصفوفة تكاليف فانه يتم تحديد أقل الأرقام في كل عمود من الأعمدة وطرح باقي أرقام العمود منـه.

S / N	N1	N2	N3
S1	0	8	5
S2	5	0	4
S3	10	6	0
S4	2	4	4

تحديد أعلى أرقام في كل إستراتيجية والتي تمثل أقل ندم والإستراتيجية المثلى التي تقابل اقل ندم

S / N	SAVAGE MINIMAX REGRET النـدم سافاج
S1	8
S2	5
S3	10
S4	4اقل ندم

القرار:

تبنـي الاستراتيجية الرابعة

لأنـها تمثل اقل ندم

بقيمة 4 ألاف دينار

ملخص شامل للمعايير الاربعة:

المعيار	MAX الايراد	MIN التكاليف
WALAD MAXIMIN والد التشاؤم افضل الاسوأ أقصى الأدنى	اصغر رقم في كل صف لكل استراتيجية مصفوفة اختيار اعلى رقم في العمود	اكبر قيمة في كل صف لكل استراتيجية مصفوفة اختيار اقل رقم في العمود
معيار الواقعية معيار التفاؤل معيار هيروتز Horwize (أفضل الأفضل) MAXIMAX	ضرب اكبر رقم في معامل التفاؤل + ضرب اصغر رقم في معامل التشاؤم لكل صف مصفوفة اختيار اعلى رقم في العمود	ضرب اكبر رقم في معامل التشاؤم + ضرب اصغر رقم في معامل التفاؤل لكل صف مصفوفة اختيار اقل رقم في العمود
معيار لابلاس تساوي الاحتمالات المتوسط الحسابي LAPLACE	المجموع كل الارقام في الصف ÷ عددهم مصفوفة اختيار اعلى رقم في العمود	المجموع كل الارقام في الصف ÷ عددهم مصفوفة اختيار اقل رقم في العمود

SAVAGE MINIMAX REGRET الندم سافاج	طرح اكبر رقم في كل عمود مصفوفه تكلفة الفرصة الضائعة او تكلفة الفرصة البديلة اختيار اكبر رقم من كل صف مصفوفه سافاج اختيار اقل ندم	طرح اصغر رقم في كل عمود مصفوفه تكلفة الفرصة الضائعة او تكلفة الفرصة البديلة اختيار اكبر رقم من كل صف مصفوفه سافاج اختيار اقل ندم

الأمثلة الشاملة:

مثال تطبيقي (12): بدون ذكر معامل التفاؤل يتعامل على انه حالة التأكد التام

الإيراد السنوي لمصنع العريس لصناعة البوظة والبسكويت يتأثر بحالة الاقتصاد العامة لقطاع غزة الآن ما تمثله من قوة أو الضعف في الطلب إما (طلب عادي، أو طلب مرتفع)

	الحالة الأولى طلب عادي	الحالة الثانية طلب مرتفع
البديل الأول	20000	24000
البديل الثاني	25000	16000
البديل الثالث	35000	12000

<u>المطلوب:</u>

ا- حدد كلا من:

المعايير الاربعة:

معيار التفاؤل(أفضل الأفضل) MAXIMAX

معيار التشاؤم (أفضل الأسوأ) MAXIMIN

معيار لابلاس (تساوي الاحتمالات) LAPLACE

معيار الندم(أقل ندم) MINIMAX REGRET

معيار التفاؤل(أفضل الأفضل) MAXIMAX

	الحالة الأولى طلب عادي	الحالة الثانية طلب مرتفع	MAXIMAX
البديل الأول	20000	24000	24000
البديل الثاني	25000	16000	25000
البديل الثالث	35000	12000	35000
القرار			35000 البديل الثالث

معيار التشاؤم (أفضل الأسوأ) MAXIMIN

	الحالة الأولى طلب عادي	الحالة الثانية طلب مرتفع	MAXIMIN
البديل الأول	20000	24000	20000
البديل الثاني	25000	16000	16000
البديل الثالث	35000	12000	12000
القرار			20000 البديل الاول

معيار لابلاس (تساوي الاحتمالات) LAPLACE

	الحالة الأولى طلب عادي	الحالة الثانية طلب مرتفع	LAPLACE
البديل الأول	20000	24000	22000
البديل الثاني	25000	16000	20500
البديل الثالث	35000	12000	23500
القرار			23500 البديل الثالث

معيار الندم(أقل ندم) MINIMAX REGRET

	الحالة الأولى طلب عادي	الحالة الثانية طلب مرتفع	OC		MINIMAX
البديل الأول	20000	24000	15000	0	15000
البديل الثاني	25000	16000	10000	8000	10000
البديل الثالث	35000	12000	0	12000	12000
القرار					10000 البديل الثاني

مثال تطبيقي(13):

التكاليف السنوية لمصنع العريس لصناعة البوظة والبسكويت يتأثر بحالة الاقتصاد العامة لقطاع غزة الآن ما تمثله من قوة أو الضعف في الطلب إما (طلب عادي، أو طلب مرتفع)

المطلوب: حدد كلا من: المعايير الأربعة :

الحالات \ البدائل	الحالة الأولى الطلب العادي	الحالة الثانية الطلب المرتفع
البديل الأول	10000	24000
البديل الثاني	15000	20000
البديل الثالث	20000	4000

الحل:

الحالات \ البدائل	الحالة الأولى الطلب العادي	الحالة الثانية الطلب المرتفع	MAXIMAX
البديل الأول	10000	24000	10000
البديل الثاني	15000	20000	15000
البديل الثالث	20000	4000	4000
القرار	البديل الثالث		4000

الحالات \ البدائل	الحالة الأولى الطلب العادي	الحالة الثانية الطلب المرتفع	MAXIMIN
البديل الأول	10000	24000	240000
البديل الثاني	15000	20000	20000
البديل الثالث	20000	4000	20000
القرار	البديل الثاني والثالث		20000

الحالات \ البدائل	الحالة الأولى الطلب العادي	الحالة الثانية الطلب المرتفع	LAPLACE
البديل الأول	10000	24000	17000
البديل الثاني	15000	20000	17500
البديل الثالث	20000	4000	12000
القرار	البديل الثالث		12000

الحالات \ البدائل	الحالة الأولى الطلب العادي	الحالة الثانية الطلب المرتفع	SAVAGE MIN	
البديل الأول	10000	24000	0	20000
البديل الثاني	15000	20000	5000	16000
البديل الثالث	20000	4000	10000	0

الحالات \ البدائل	SAVAGE MIN
البديل الأول	20000
البديل الثاني	16000
البديل الثالث	10000
القرار	البديل الثالث اقل ندم 10000 دينار

ملاحظات عامة:

المعايير الأربعة تعطي أربعة نتائج مختلفة ولا تجتمع على بديل واحد

ويعتمد ذلك على متخذ القرار، ومدى تفاؤله وإقدامه على تحمل المخاطرة، أو تشاؤمه وعدم محبته على الإقدام وتحمل المخاطرة وبالتالي يتحمل طريقة أفضل الأسوأ

مثال تطبيقي(14): سؤال امتحان2011

الإيراد السنوي لشركة السقا والخضري يتأثر بحالة الاقتصاد العامة لقطاع غزة الآن ما تمثله من قوة أو الضعف في الطلب:

المطلوب: حدد البديل الأفضل طبقا للمعيار المطلوب؟

معيار والد

معيار لابلاس

معيار سافاج في حالة تعظيم

حالات الطبيعة	الحالة الأولى	الحالة الثانية	الحالة الثالثة	الحالة الرابعة	WALAD	LAPLACE	SAVAGE MAX
البديل الأول	20	15	28	30	15	23.5	20
البديل الثاني	35	30	36	37	30	34.5	5
البديل الثالث	15	20	25	32	15	23	20
البديل الرابع	40	35	20	20	20	28.75	17
القرار					30 الثاني	34.5 الثاني	5 الثاني

مثال شامل(15): سؤال الامتحان2012

التكاليف السنوية لشركة النهضة لصناعة الباطون في قطاع غزة الآن ما تمثله من قوة أو الضعف في الطلب:

علما ان معيار التفاؤل 0.7 ومعيار التشاؤم 0.3

المطلوب: حدد البديل الأفضل طبقا للمعيار المطلوب؟

معيار افضل الافضل

معيار سافاج في حالة تقليل

معيار افضل الاسوء

حالات الطبيعة	الحالة الأولى	الحالة الثانية	الحالة الثالثة	الحالة الرابعة	MAXIMAX	MINIMAX	MAXIMIN
البديل الأول	15	55	25	35	27	50	55
البديل الثاني	25	45	35	55	34	40	55
البديل الثالث	35	5	35	25	14	20	35
البديل الرابع	45	25	65	45	37	40	65
القرار					14 الثالث	20 الثالث	35 الثالث

شجرة القرارات Decision Tree

تعريف شجرة القرارات:

هي عبارة عن تمثيل أو رسم هندسي لعملية اتخاذ القرارات بشكل يسهل معه تحديد مراحل اتخاذ القرار.

استخدام شجرة القرارات:

لاتخاذ قرار بشأن المشاكل العقدة أو كبيرة الحجم أو متعددة المراحل.

ما هي حالات استخدام شجرة القرارات؟

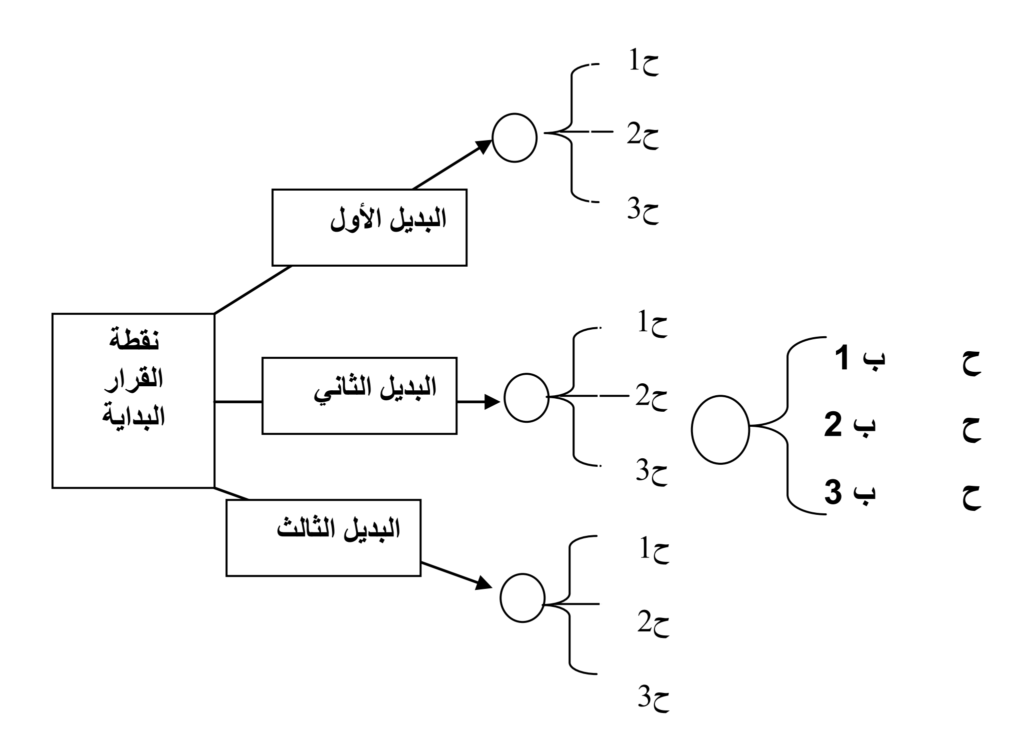
1. في حالة التأكد التام.
2. في حالة عدم التأكد.

ملاحظة:

تعتبر شجرة القرارات مخطط يمكن رسمه لتوضيح كيفية اتخاذ القرار عن طريق تقسيم وتقييم كيفية اتخاذ القرار إلى مجموعة من الخطوات التي يمكن رسمها وتمثيلها في مخطط سهمي.

محتويات شكل رسم شجرة القرارات:

1. تحتوي على نقطة قرار بداية القرار
2. أسهم للبدائل
3. عقد للتفرع للبديل إلى حالات



نقطة القرار البداية
البديل الأول
البديل الثاني
البديل الثالث
ح1
ح2
ح3
ح1
ح2
ح3
ح1
ح2
ح3
ح ب 1
ح ب 2
ح ب 3

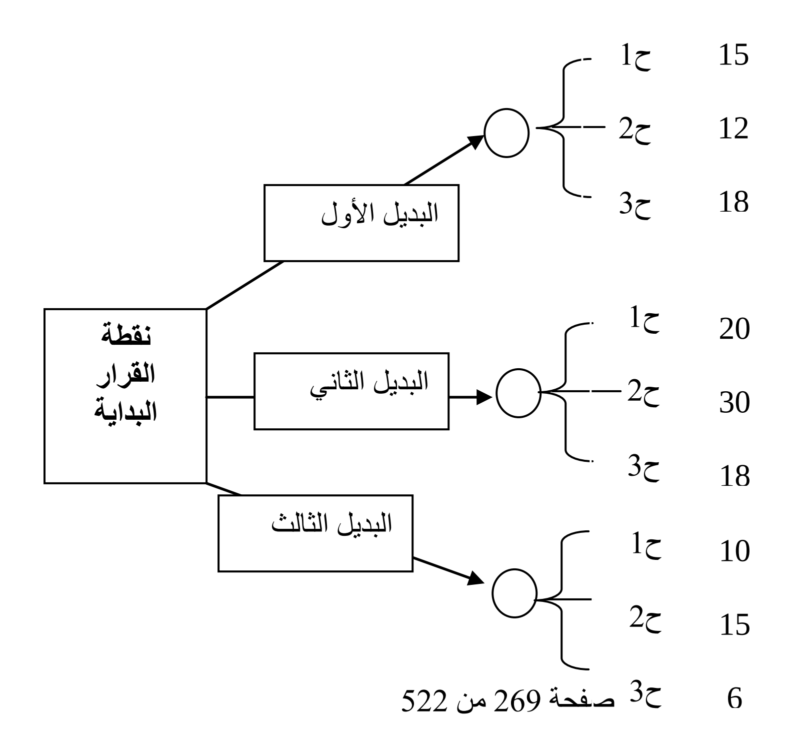
الحالة الأولى: التأكد التام

مثال تطبيقي(1):

يصنع مصنع العودة ثلاثة أنواع من المنتجات (بسكويت، شوكلاته، ايس كريم) وتمثل ثلاث حالات من حالات الطبيعة لتوفر ثلاث بدائل.

البدائل \ الحالات	الحالة الأولى	الحالة الثانية	الحالة الثالثة
البديل الأول	**15**	**12**	**18**
البديل الثاني	**20**	**30**	**18**
البديل الثالث	**10**	**15**	**6**

المطلوب: ارسم شجرة القرارات؟ حدد أعلى عائد ممكن ليحقق أعلى ربح ممكن بآلاف الدنانير؟



18	ح3	ب1
30	ح2	ب2
15	ح2	ب3

القرار هو: اختيار البديل الثاني، الحالة الثانية، ليحقق أعلى ربح ممكن بمقدار 30 ألف دينار أردني.

مثال تطبيقي(2):

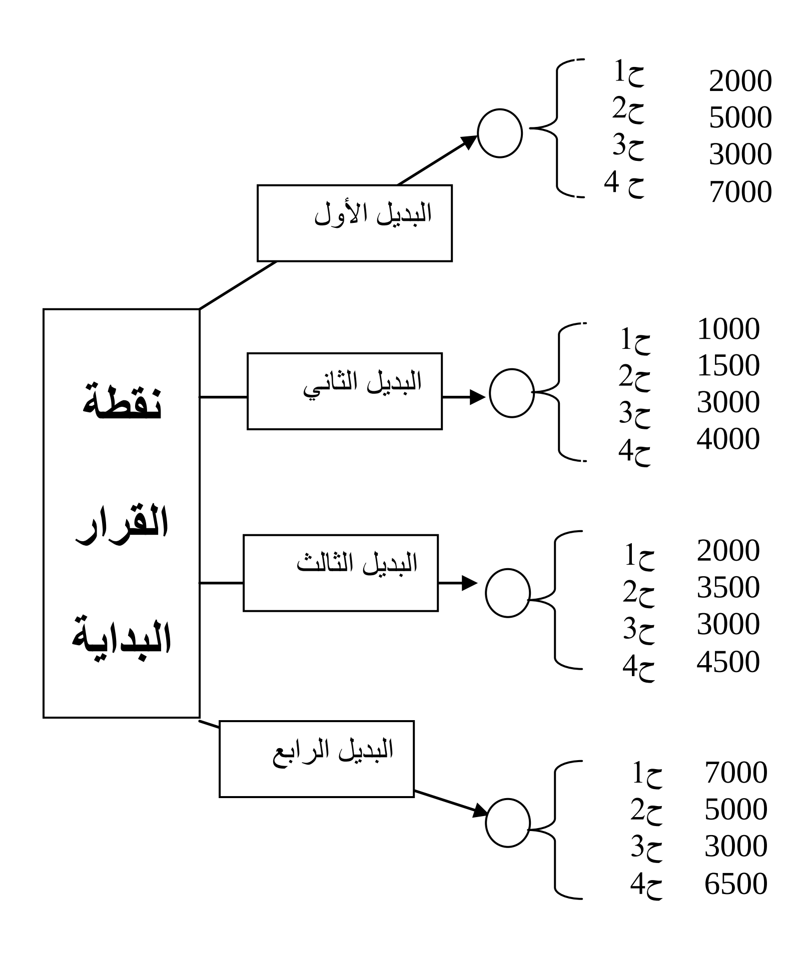
ترغب شركة هندسية في إنشاء أربعة مشاريع وتمثل أربعة حالات من حالات الطبيعة لتوفر أربعة بدائل.

البدائل \ الحالات	الحالة الأولى	الحالة الثانية	الحالة الثالثة	الحالة الرابعة
البديل الأول	2000	5000	3000	7000
البديل الثاني	1000	1500	3000	4000
البديل الثالث	2000	3500	3000	4500
البديل الرابع	7000	5000	3000	6500

المطلوب:

ارسم شجرة القرارات؟

حدد أفضل مشروع معتمداً على تحقيق اقل تكلفة ممكنة بآلاف الدنانير؟



نقطة
القرار
البداية
البديل الأول
ح1 2000
ح2 5000
ح3 3000
ح 4 7000
البديل الثاني
ح1 1000
ح2 1500
ح3 3000
ح4 4000
البديل الثالث
ح1 2000
ح2 3500
ح3 3000
ح4 4500
البديل الرابع
ح1 7000
ح2 5000
ح3 3000
ح4 6500

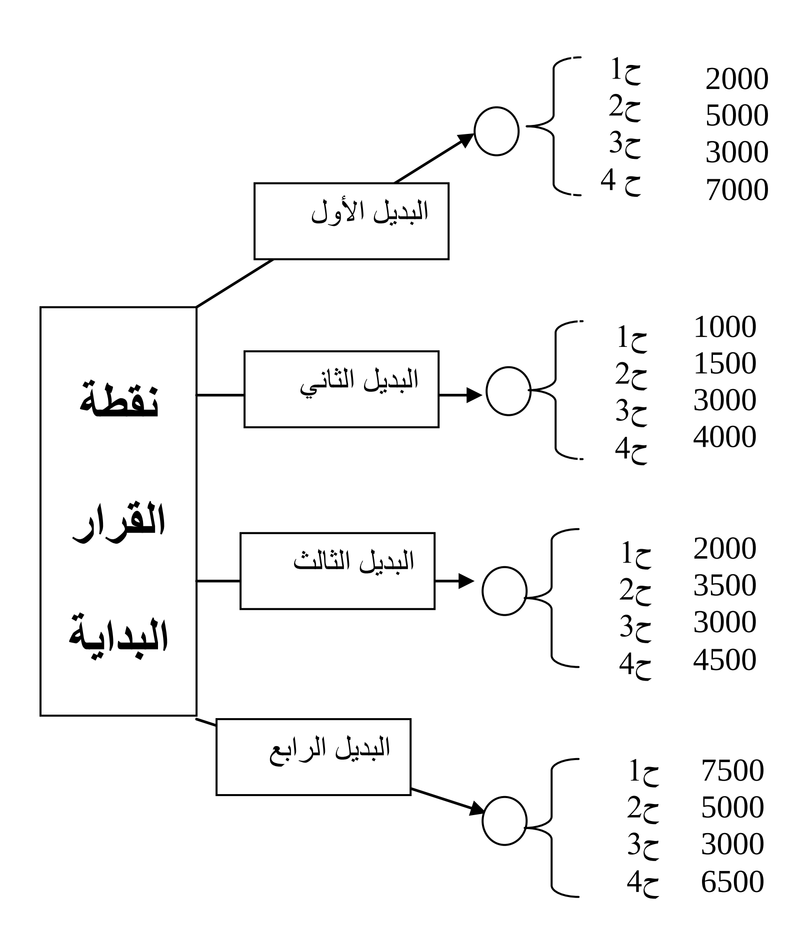
2000	ح1	ب1
1000	ح1	ب2
2000	ح2	ب3
3000	ح3	ب4

القرار هو: اختيار البديل الثاني، الحالة الأولى، ليحقق أقل تكلفة ممكنة بمقدار 1000000 دينار أردني.
(مليون دينار)

مثال تطبيقي(3):
ترغب شركة هندسية في إنشاء أربعة مشاريع وتمثل أربعة حالات من حالات الطبيعة لتوفر أربعة بدائل.

البدائل \ الحالات	الحالة الأولى	الحالة الثانية	الحالة الثالثة	الحالة الرابعة
البديل الأول	2000	5000	3000	7000
البديل الثاني	1000	1500	3000	4000
البديل الثالث	2000	3500	3000	4500
البديل الرابع	7500	5000	3000	6500

المطلوب: ارسم شجرة القرارات؟ حدد أفضل مشروع معتمداً على تحقيق أعلى عائد ممكن بآلاف الدنانير؟


نقطة
القرار
البداية
البديل الأول
البديل الثاني
البديل الثالث
البديل الرابع
ح1 2000
ح2 5000
ح3 3000
ح 4 7000
ح1 1000
ح2 1500
ح3 3000
ح4 4000
ح1 2000
ح2 3500
ح3 3000
ح4 4500
ح1 7500
ح2 5000
ح3 3000
ح4 6500

ب1 ح4 7000

ب2 ح4 4000

ب3 ح4 4500

ب4 ح1 7500

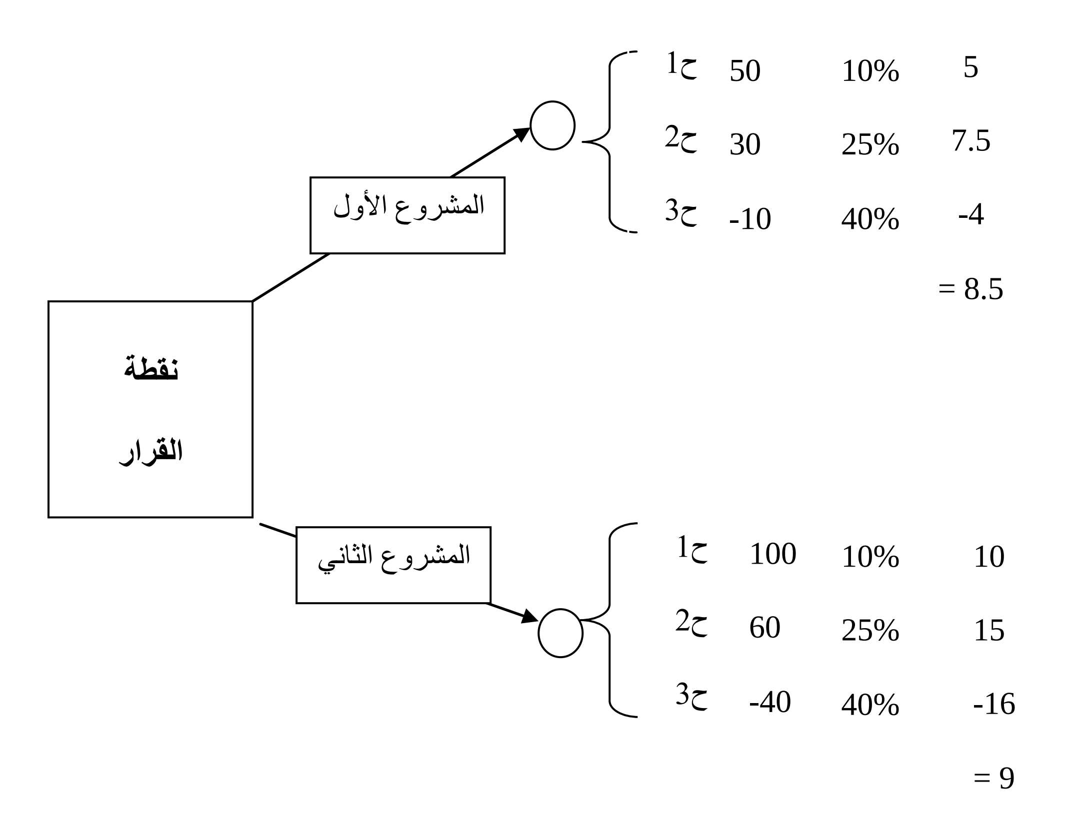
القرار هو: اختيار البديل الرابع، الحالة الأولى، ليحقق أقل تكلفة ممكنة بمقدار 7500000 دينار أردني.

مثال تطبيقي(4):

يرغب مصنعين فتح فرعين جديدين في منطقتين مختلفتين في جمهورية مصر العربية وهناك تم دراسة الجدوى وخلصت بالاتي:

البدائل \ الحالات	احتمال الحدوث	أرباح وخسائر المشروع الأولA	أرباح وخسائر المشروع الثاني B
نمو اقتصادي	10%	50	100
ركود اقتصادي	25%	30	60
تضخم	40%	-10	-40

المطلوب: ارسم شجرة القرارات؟ حدد أفضل مشروع معتمداً على تحقيق أعلى ربح ممكن بالملايين الدنانير؟



القرار هو: اختيار البديل المشروع الثاني، ليحقق أعلى ربح ممكن بمقدار 9 مليون دينار أردني.

الامثلة الشاملة

السؤال الاول:

الإيراد السنوي لشركة السقا والخضري يتأثر بحالة الاقتصاد العامة لقطاع غزة الآن ما تمثله من قوة أو الضعف في الطلب:

	الحالة الأولى	الحالة الثانية	الحالة الثالثة	الحالة الرابعة
البديل الأول	22	18	25	42
البديل الثاني	37	39	36	38
البديل الثالث	19	27	37	44
البديل الرابع	52	42	23	17

المطلوب:

ا- حدد كلا من:

معيار التفاؤل(أفضل الأفضل) MAXIMAX

	الحالة الأولى	الحالة الثانية	الحالة الثالثة	الحالة الرابعة	
البديل الأول	22	18	25	42	
البديل الثاني	37	39	36	38	
البديل الثالث	19	27	37	44	
البديل الرابع	52	42	23	17	

معيار التشاؤم (أفضل الأسوأ) MAXIMIN

	الحالة الأولى	الحالة الثانية	الحالة الثالثة	الحالة الرابعة	
البديل الأول	22	18	25	42	
البديل الثاني	37	39	36	38	
البديل الثالث	19	27	37	44	
البديل الرابع	52	42	23	17	

معيار لابلاس (تساوي الاحتمالات) LAPLACE

	الحالة الأولى	الحالة الثانية	الحالة الثالثة	الحالة الرابعة	المتوسط
البديل الأول	22	18	25	42	
البديل الثاني	37	39	36	38	
البديل الثالث	19	27	37	44	
البديل الرابع	52	42	23	17	

معيار الندم(أقل ندم) MINIMAX REGRET

	الحالة الأولى	الحالة الثانية	الحالة الثالثة	الحالة الرابعة	
البديل الأول	22	18	25	42	
البديل الثاني	37	39	36	38	
البديل الثالث	19	27	37	44	
البديل الرابع	52	42	23	17	

السؤال الثانـي:

قرر مصنع سراي التركي فتح له مصنع كفرع جديد دولي في قطاع غزة وتوفرت للمصنع هذه البدائل:

	الحالة الأولى	الحالة الثانية	الحالة الثالثة
البديل الأول	30	10	15
البديل الثاني	20	25	30
البديل الثالث	5	40	10
مستوى الطلب	%30	%20	%50

<u>المطلوب:</u>

1- ارسم شجرة القرارات؟

2- تحديد البديل الأفضل الذي يحقق أفضل عائد للمصنع بالملايين الأردنية؟

السؤال الثالث:

ترغب جامعة الأقصى طرح عطاء كافتريا الطلاب والطالبات إلى مناقصة لمطاعم مدينة غزة تقدم لها ثلاثة مطاعم كالتالي:

	الحالة الأولى	الحالة الثانية	الحالة الثالثة
البديل الأول مطعم بالميرا	20	30	10
البديل الثاني مطعم التايلاندي	30	20	40
البديل الثالث مطعم معتوق	50	40	30

المطلوب

1- ارسم شجرة القرارات؟

2- تحديد البديل الأفضل الذي يحقق أفضل عائد للجامعة بالآلاف الأردنية؟

3- على من سيرسو العطاء؟

السؤال الرابع:

يفكر متقاعد كان يعمل في وكالة الغوث للاجئين في استثمار مدخراته في احد المشاريع التالية:

	الحالة الأولى	الحالة الثانية	الحالة الثالثة
شراء قطعة ارض	50000	30000	10000
شراء أسهم في البورصة	40000	25000	15000
شراء سوبر ماركت	25000	35000	45000

المطلوب:

ا- ارسم شجرة القرارات؟

2- تحديد البديل الأفضل الذي يحقق اقل تكلفة ممكنة للمتقاعد بالدينار الأردني؟

الفصل السادس

مشاكل النقل Transportations problems

تعريف النقل:

التوزيع الجيد لنقاط عديد (المصادر) إلى نقاط الطلب المخصصة بأقل تكلفة ممكنة، بمعنى توزيع البضائع من نقاط متعددة من المصادر إلى نقاط الطلب بأقل تكلفة ممكنة.

تعريف مشاكل النقل:

تعتبر طريقة النقل من الأساليب الرياضية الكمية المشتقة من البرمجة الخطية تدرس عملية اتخاذ القرارات المتعلقة بنقل حجم معين من السلع أو المواد من مصادر الإنتاج المتعددة إلى مراكز الاستلام أو الاستهلاك المتعددة

ما هو هدف حل مشاكل النقل؟

سد احتياجات المراكز ذات العلاقة بأقل تكلفة ممكنة

يعني إيصالها إلى المستهلك الأخير بأقل تكلفة ممكنة

ما هي آلية عمل جدول النقل؟

يتم تفريغ البيانات المتعلقة في عملية النقل في جدول خاص يسمى جدول النقل Transportation Table

ماذا يفترض لوجود نموذج نقل؟

1- وجدود عدد من المصادر الإنتاجية (مصانع، شركات) رمزه S
2- وجود عدد من المراكز التسويقية (مخزن، سوق) رمزه D
3- العرض SUPPLY وهو: الكميات المتوفرة في كل مركز من مراكز التوزيع (المصادر).

4- الطلب DEMAND وهو: الكميات المطلوبة من كل مركز من مراكز الاستلام (المخازن).

5- التكلفة COST وهي تكاليف نقل الوحدة الواحدة من كل مركز من مراكز التوزيع إلى كل مركز من مراكز الاستلام. وتكون موجودة في مربعات صغيرة في الجدول.

S \ D	D1	D2	D3	SUPPLY
S1				
S2				
S3				
DEMAND				

ما هو هدف حل نموذج مشكلة النقل؟

تحقيق اقل تكلفة ممكنة من مجموع تكاليف النقل.

ملاحظات هامة:

1- تعتبر مشاكل النقل جزء من نماذج التخصيص:

وهي النماذج التي تهتم بتوزيع عدد معين من الموارد مثل: العمال، الموظفين الأسواق، الجنود، حيث تعتبر مشاكل النقل أسلوب يستخدم في إيجاد الطريقة المناسبة لعملية التوزيع والنقل بأخذ عنصر التكلفة في عملية النقل.

2- يشترط في نموذج النقل تساوي العرض مع الطلب ليتم حل المشكلة.

3- دوما وأبدا يتساوى العرض والطلب في آخر خلية يراد تعبئتها وذلك نتأكد أن الحل صحيح

الطرق المستخدمة لحل مشاكل النقل:

1- **الحل الممكن: Feasible Solution**

- **طريقة الزاوية الشمالية الغربية The North West Corner Method (NWCM)**

2- **الحل الأفضل Best Solution**

- **طريقة اقل التكاليف The Least Cost Method (LCM)**
- **طريقة فوجل التقريبية The Vogel's Approximation Method (VAM)**

3- **الحل الأمثل Optimal Solution**

- **طريقة المسار المتعرج الحجر المتنقل The Stepping Stone Method (SSM)**
- **طريقة التوزيع المعدلة Modified Distribution Method (MODI)**

الطرق الثلاثة نظرياً:

1- طريقة الزاوية الشمالية الغربية The North West Corner Method (NWCM)

التعريف: تستخدم لإيجاد الحل الممكن وهي من ابسط الطرق لحل مشاكل النقل ويتم اختيار خلية النقل الأولى الموجودة في العمود الأول الصف الأول (S1,D1) ويعتمد تعبئة الخلايا **باستخدام القانون Min(S1,D1)** مع مراعاة تخصيص اقل الكميتين ويتم تعديل الكمية بعد الاستيعاب وتكون الكمية المعروضة من مركز التسويق قد نفدت.

ثم نحسب التكاليف الكلية TOTAL COST (TC)

وذلك بضرب التكلفة في الكمية الموجودة في كل خلية حتى النهاية.

ماذا يعاب على طريقة الزاوية الشمالية الغربية في حل مشاكل النقل؟

عدم تحقيق الاستفادة من التكلفة القليلة المتوفرة في مشكلة نقل معينة.

2- طريقة اقل التكاليف The Least Cost Method (LCM)

تستخدم لإيجاد الحل الأفضل وجدت هذه الطريقة لأنه يعاب على طريقة الزاوية الشمالية الغربية عدم تحقيق الاستفادة من التكلفة القليلة المتوفرة في مشكلة نقل معينة عند تلبية احتياجات مراكز الطلب.

لذلك وضعت هذه الطريقة لمعالجة هذا النوع من العيوب في نماذج النقل.

على ماذا تركز طريقة اقل التكاليف؟

اختيار اقل تكلفة متوفرة في الجدول ومن ثم تحديد جهتي العرض والطلب واختيار اقلهما وتعديل الكميات كل مرة حتى استنفاذ الكميات.

خطوات الحل باستخدام طريقة اقل التكاليف:

1- التحقق من توازن الجدول العرض = الطلب
2- نبدأ بالخلية اقل تكلفة ونلبي احتياجاتها بأقل كمية.
3- إذا تساوت أكثر من خلية بنفس التكلفة نختار احدهما وننتقل إلى الأخرى وهكذا حتى نفاذ الكمية
4- نحسب التكاليف الكلية.

3- طريقة فوجل التقريبية The Vogel's Approximation Method (VAM)

تستخدم لإيجاد الحل الأفضل لحل مشاكل النقل.

لماذا تعتبر من طريقة فوجل التقريبية من أفضل الطرق وأهمها؟ وذلك للسبب الأتي:

لأنها تستخدم للحل الأفضل أو الأقرب إلى الحل الأمثل وهذا ما يميزها عن الطريقتين السابقتين.

ماذا يعاب على طريقة فوجل التقريبية؟

طول زمن ووقت إجراء العمليات الحسابية في حسابات الغرامات.

خطوات الحل باستخدام طريقة فوجل التقريبية:

1- التحقق من توازن الجدول العرض = الطلب

2- إيجاد الفرق بين اقل تكلفتين في كل صف وفي كل عمود وتؤشر على جوانب الجدول تحت كل عمود وجنب كل صف.

3- تسمى الغرامة أو تكلفة الفرصة البديلة أو الجزاء.

4- نجمع مجموع الفروق ويجب **عدم تساوي** مجموع الفروق للصفوف والأعمدة حتى تستخدم طريقة فوجل.

5- نحدد أعلى جزاء اكبر فرق بأي صف أو أي عمود وذلك ليتم البدء بالحل به.

6- نختار الصف أو العمود صاحب اكبر جزاء ثم ننظر إلى الخلية ذات اقل تكلفة ونلبي احتياجاتها.

7- نقارن احتياجات المركز من المصدر ونأخذ القيمة الأقل ونعدل الكميات.

8- نعيد حساب الفرق للغرامة في كل مرة أخرى ونعيد الخطوات باستثناء جع الفروقات كل مرة

ملاحظة:

عن تساوي الفروق في الصفوف والأعمدة نأخذ أي منها ولكن تعبا الخلية الأقل تكلفة ثم الانتقال إلي الأخرى.

متى تفشل طريقة فوجل التقريبية؟

عندما يتساوى مجموع الفروق في الغرامات للصفوف وللأعمدة منذ البداية

مثال تطبيقي(1):

استخدم الطرق الثلاثة في حل مشاكل النقل

احسب التكاليف الكلية لمشكلة النقل التالية؟

S \ D	D1	D2	D3	D4	SUPPLY
S1	2	5	5	3	20
S2	1	3	3	4	15
S3	2	4	1	3	25
DEMAND	13	17	16	14	

ملاحظة هامه:

1. **عندما يطلب في السؤال الحل بالطرق الثلاثة فانه يجب المقارنة بين الطرق الثلاثة من ناحية قيمة التكاليف الكلية واتخاذ الاقل منها**
2. **ليس دوما طريق اقل التكاليف او طريقة فوجل التقريبية تعطي نفس قيمة التكاليف الكلية**
3. **تعتبر طريقة فوجل التقريبية هي الطريقة المحبذة دوما في استخدامها لحل مشاكل النقل لأنها الاقرب الي الحل الامثل في الغالبية العظمى لا تتساوى طريقة اقل التكاليف مع طريقة فوجل التقريبية في التكلفة الإجمالية ولكن في العادة طريقة فوجل التقريبية هي المفضلة وعند فشلها من البداية نلجأ إلى طريقة اقل التكاليف**

الحل: باستخدام طريقة الزاوية الشمالية الغربية

S \ D	D1	D2	D3	D4	SUPPLY
S1	2 13	5 7	5	3	20
S2	1	3 10	3 5	4	15
S3	2	4	1 11	3 14	25
DEMAND	13	17	16	14	60/60

TC= 2×13+ 5×7 + 3×10 + 3×5 + 1×11+ 3×14 = 159JD

طريقة اقل التكاليف

S \ D	D1	D2	D3	D4	SUPPLY
S1	2	5 6	5	3 14	20
S2	1 13	3 2	3	4	15
S3	2	4 9	1 16	3	25
DEMAND	13	17	16	14	60/60

TC = 1×13 + 5×6 + 3×2 + 4×9 + 1×16 + 3×14 = 137JD

طريقة فوجل التقريبية

S \ D	D1	D2	D3	D4	SUP	OC
S1	2	5 6	5	3 14	20	1
S2	1 13	3 2	3	4	15	2
S3	2	4 9	1 16	3	25	1
DEM	13	17	16	14		
OC	1	1	2	0		4/4

فشلت طريقة فوجل التقريبية وذلك بسبب تساوي مجموع الفروقات لدى الصفوف والاعمدة في الغرامات منذ بداية الحل لذلك نلجأ الى طريقة أقل التكاليف في الحل الأفضل

الطريقة	إجمالي التكاليف
الزاوية الشمالية الغربية	159
اقل التكاليف	137
فوجل التقريبية	فشلت
القرار	استخدام طريقة اقل التكاليف لأنها تحقق اقل تكلفة نقل وتوفر 22 دينار مقارنة مع الطريقة الزاوية الشمالية الغربية

مثال تطبيقي (2):

استخدم الطرق الثلاثة في حل مشاكل النقل

احسب التكاليف الكلية لمشكلة النقل التالية؟

S \ D	D1	D2	D3	D4	SUPPLY
S1	2	1	10	5	210
S2	6	7	2	3	380
S3	4	9	12	1	410
DEMAND	400	200	150	250	

الحل باستخدام طريقة الزاوية الشمالية الغربية التقريبية

S \ D	D1	D2	D3	D4	SUPPLY
S1	2 210	1	10	5	210
S2	6 190	7 190	2	3	380
S3	4	9 10	12 150	1 250	410
DEMAND	400	200	150	250	1000/1000

TC= 2×210 + 6×190 + 7×190 + 9×10 + 12×150 + 1×250 =5030JD

باستخدام طريقة اقل التكاليف

S \ D	D1	D2	D3	D4	SUPPLY
S1	2 10	1 200	10	5	210
S2	6 230	7	2 150	3	380
S3	4 160	9	12	1 250	410
DEMAND	400	200	150	250	1000/1000

TC = 2×10 + 1×200 + 6×230 + 2×150 + 4×160 + 1×250 = 2790JD

باستخدام طريقة فوجل التقريبية

S \ D	D1	D2	D3	D4	SUP	OC		
S1	[2] 10	[1] 200	[10]	[5]	210	1	1	3
S2	[6] 230	[7]	[2] 150	[3]	380	1	3	3
S3	[4] 160	[9]	[12]	[1] 250	410	3	3	3
DEM	400	200	150	250	1000/1000			
OC	2	6	8	2		18/5		
OC	2	6	-	2				
OC	2	-	-	2				
OC	2	-	-	-				

TC = 2×10 + 1×200 + 6×230 + 2×150 + 4×160 + 1×250 = 2790JD

الطريقة	إجمالي التكاليف
الزاوية الشمالية الغربية	5030
اقل التكاليف	2790
فوجل التقريبية	2790
القرار	استخدام طريقة فوجل التقريبية أو اقل التكاليف لأنها تحقق اقل تكلفة نقل وتوفر 2240 دينار مقارنة مع الطريقة الزاوية الشمالية الغربية

مثال تطبيقي (3):

استخدم الطرق الثلاثة في حل مشاكل النقل

احسب التكاليف الكلية لمشكلة النقل التالية؟

S \ D	D1	D2	D3	D4	SUPPLY
S1	1	5	10	2	500
S2	6	11	15	3	300
S3	12	4	13	2	400
S4	12	7	9	1	200
S5	21	8	7	9	600
DEMAND	800	100	700	400	

باستخدام طريقة الزاوية الشمالية الغربية

S \ D	D1	D2	D3	D4	SUPPLY
S1	1	500	5	10	2	500
S2	6	300	11	15	3	300
S3	12	4	100	13	300	2	400
S4	12	7	9	200	1	200
S5	21	8	7	200	9	400	600
DEMAND	800	100	700	400	2000\2000

TC = 1×500 + 6×300 ×+ 4×100 + 13×300 + 9×200 + 7×200 + 9×400 = 13400JD

باستخدام طريقة اقل التكاليف

S \ D	D1	D2	D3	D4	SUPPLY
S1	1 500	5	10	2	500
S2	6 300	11	15	3	300
S3	12	4 100	13 100	2 200	400
S4	12	7	9	1 200	200
S5	21	8	7 600	9	600
DEMAND	800	100	700	400	2000\2000

TC = 1×500 + 6×300 + 4×100 + 13×100 + 200×2 + 1×200 +7×600 = 8800JD

باستخدام طريقة فوجل التقريبية

S \ D	D1		D2		D3		D4		SUP	OC			
S1	1	500	5		10		2		500	1	1	-	-
S2	6	300	11		15		3		300	3	3	3	-
S3	12		4	100	13	100	2	200	400	2	2	2	2
S4	12		7		9		1	200	200	6	-	-	-
S5	21		8		7	600	9		600	1	1	-	-
DEM		800		100		700		400	2000				
OC		5		1		2		1		9/13			
OC		5		3		2		1					
OC		6		3		6		1					
OC		-		4		8		7					

TC = 1×500 + 6×300 + 4×100 + 13×100 + 200×2 + 1×200 +7×600 = 8800JD

الطريقة	إجمالي التكاليف
الزاوية الشمالية الغربية	13400
اقل التكاليف	8800
فوجل التقريبية	8800
القرار	استخدام طريقة فوجل التقريبية أو اقل التكاليف لأنها تحقق اقل تكلفة نقل وتوفر 4600 دينار مقارنة مع الطريقة الزاوية الشمالية الغربية

مثال تطبيقي (4):

استخدم الطرق الثلاثة في حل مشاكل النقل

احسب التكاليف الكلية لمشكلة النقل التالية؟

S \ D	D1	D2	D3	SUPPLY
S1	10	8	4	2000
S2	4	12	2	1600
S3	2	14	8	2400
DEMAND	3000	1000	2000	6000\6000

باستخدام طريقة الزاوية الشمالية الغربية

S \ D	D1		D2		D3		SUPPLY
S1	10	2000	8		4		2000
S2	4	1000	12	600	2		1600
S3	2		14	400	8	2000	2400
DEMAND	3000		1000		2000		6000\6000

TC= 10×2000 + 4×1000 + 12×600 + 14×400 + 8×2000 =52800JD

باستخدام طريقة اقل التكاليف

S \ D	D1		D2		D3		SUPPLY
S1	10	600	8	1000	4	400	2000
S2	4		12		2	1600	1600
S3	2	2400	14		8		2400
DEMAND	3000		1000		2000		6000\6000

TC= 10×600 + 8×1000 + 4×400 + 2×1600 + 2×2400 = 23600JD

باستخدام طريقة فوجل التقريبية

S \ D	D1		D2		D3		SUP	OC		
S1	10		8	1000	4	1000	2000	4	4	4
S2	4	600	12		2	1000	1600	2	2	10
S3	2	2400	14		8		2400	6	-	-
DEM	3000		1000		2000		6000\6000			
OC	2		4		2			8/12		
OC	6		4		2					
OC	-		4		2					

TC= 8×1000 + 4×1000 + 4×600 + 2×1000 + 2×2400
= 21200JD

الطريقة	إجمالي التكاليف
الزاوية الشمالية الغربية	52800
اقل التكاليف	23600
فوجل التقريبية	21200
القرار	استخدام طريقة فوجل التقريبية بتكلفة 21200دينار وتوفر مقارنة بطريقة اقل التكاليف2400 دينار وتحقق اقل تكلفة نقل وتوفر 31600 دينار مقارنة مع الطريقة الزاوية الشمالية الغربية

مثال تطبيقي(5):

اوجد الحل الممكن ، والحل الافضل

واحسب التكاليف الكلية لمشكلة النقل التالية؟

S \ D	D1	D2	D3	SUPPLY
S1	0	3	1	2
S2	4	2	2	3
S3	1	4	0	2
DEMAND	2	4	1	7/7

الحل: باستخدام طريقة الزاوية الشمالية الغربية

S \ D	D1	D2	D3	SUPPLY
S1	0　2	3	1	2
S2	4	2　3	2	3
S3	1	4　1	0　1	2
DEMAND	2	4	1	7/7

TC = 0 × 2 + 2 × 3 + 4 × 1 + 0 × 1 = 16 JD

الحل باستخدام طريقة اقل التكاليف

S \ D	D1		D2		D3		SUPPLY
S1	0	2	3		1		2
S2	4		2	3	2		3
S3	1		4	1	0	1	2
DEMAND	2		4		1		7/7

TC = 0 × 2 + 2 × 3 + 4 × 1 + 0 × 1 = 16 JD

باستخدام طريقة فوجل التقريبية

S \ D	D1		D2		D3		SUPPLY	OC	OC	OC
S1	0	2	3		1		2	1	-	-
S2	4		2	3	2		3	0	0	2
S3	1		4	1	0	1	2	1	4	4
DEMAND	2		4		1		7/7			
OC	1		1		1			3/2		
OC	-		2		2					
OC	-		2		-					

TC = 0 × 2 + 2 × 3 + 4 × 1 + 0 × 1 = 16 JD

الطريقة	إجمالي التكاليف
الزاوية الشمالية الغربية	**16**
اقل التكاليف	**16**
فوجل التقريبية	**16**
القرار	**استخدام طريقة فوجل التقريبية أو اقل التكاليف او الطريقة الزاوية الشمالية الغربية وهذا لأنها تساوت في مجموع التكلفة في نقل 7 وحدات ب 16 دينار**

مثال تطبيقي(6):

اوجد الحل الممكن ، والحل الافضل

واحسب التكاليف الكلية لمشكلة النقل التالية؟

S \ D	D1	D2	D3	D4	SUPPLY
S1	11	12	3	5	1000
S2	5	3	9	10	1400
S3	9	8	11	3	1600
DEMAND	800	400	1800	1000	4000\4000

باستخدام طريقة الزاوية الشمالية الغربية ؟

S \ D	D1	D2	D3	D4	SUPPLY
S1	11 800	12 200	3	5	1000
S2	5	3 200	9 1200	10	1400
S3	9	8	11 600	3 1000	1600
DEMAND	800	400	1800	1000	4000\4000

TC = 11 × 800 + 12 × 200 + 3 × 200 + 9 × 1200 + 11 × 600 + 3 × 1000 = 32200 JD

باستخدام طريقة اقل التكاليف

S \ D	D1	D2	D3	D4	SUPPLY
S1	11	12	3 1000	5	1000
S2	5 800	3 400	9 200	10	1400
S3	9	8	11 600	3 1000	1600
DEMAND	800	400	1800	10000	4000\4000

TC = 3 × 1000 + 5 × 800 + 3 × 400 + 9 × 200 + 11 × 600 + 3 × 1000 = 19600 JD

باستخدام طريقة فوجل التقريبية احسب التكاليف الكلية لمشكلة النقل التالية؟

S \ D	D1	D2	D3	D4	SUP	OC		
S1	11	12	3 1000	5	1000	2	-	-
S2	5 800	3 400	9 200	10	1400	2	2	2
S3	9	8	11 600	3 1000	1600	5	5	5
DE	800	400	1800	1000	4000			
OC	4	5	6	2		17\9		
OC	4	5	2	7				
OC	4	5	2	-				

TC = 3 × 1000 + 5 × 800 + 3 × 400 + 9 × 200 + 11 × 600 + 3 × 1000 = 19600 JD

الطريقة	إجمالي التكاليف
الزاوية الشمالية الغربية	32200
اقل التكاليف	19600
فوجل التقريبية	19600
القرار	استخدام طريقة فوجل التقريبية أو اقل التكاليف لأنها تحقق اقل تكلفة نقل وتوفر 12600 دينار مقارنة مع الطريقة الزاوية الشمالية الغربية

مثال تطبيقي (7):

اوجد الحل الممكن ، والحل الافضل

واحسب التكاليف الكلية لمشكلة النقل التالية؟

S \ D	D1	D2	D3	D4	SUPPLY
S1	10	8	6	4	1500
S2	14	17	5	2	1000
S3	18	7	11	9	1500
DEMAND	750	1750	250	1250	4000\4000

باستخدام طريقة الزاوية الشمالية

S \ D	D1	D2	D3	D4	SUPPLY
S1	10 750	8 750	6	4	1500
S2	14	17 1000	5	2	1000
S3	18	7	11 250	9 1250	1500
DEMAND	750	1750	250	1250	4000\4000

TC =10 × 750 + 8 × 750 + 17 × 1000 + 11 × 250 + 9 × 1250 = 44500 JD

استخدام طريقة اقل التكاليف

S \ D	D1		D2		D3		D4		SUPPLY
S1	10	750	8	250	6	250	4	250	1500
S2	14		17		5		2	1000	1000
S3	18		7	1500	11		9		1500
DEMAND	750		1750		250		1250		4000\4000

$$TC = 10 \times 750 + 8 \times 250 + 6 \times 250 + 4 \times 250 + 2 \times 1000 + 7 \times 1500 = 24500 \text{ JD}$$

باستخدام طريقة فوجل التقريبية

S \ D	D1		D2		D3		D4		SUP	OC			
S1	10	750	8	250	6	250	4	250	1500	2	2	2	4
S2	14		17		5		2	1000	1000	3	3		15
S3	18		7	1500	11		9		1500	2	2	2	2
DEM	750		1750		250		1250		4000				
OC	4		1		1		2			8\7			
OC			1		1		2						
OC			1		5		5						

TC = 10 × 750 + 8 × 250 + 6 × 250 + 4 × 250 + 2 × 1000 + 7 × 1500 = 24500 JD

الطريقة	إجمالي التكاليف
الزاوية الشمالية الغربية	44500
اقل التكاليف	24500
فوجل التقريبية	24500
القرار	استخدام طريقة فوجل التقريبية أو اقل التكاليف لأنها تحقق اقل تكلفة نقل وتوفر 20000 دينار مقارنة مع الطريقة الزاوية الشمالية الغربية

مثال تطبيقي(8):

مصنع بدري وهنية يوجد به 3 مخازن يزود 3 مناطق موضح بالجدول الأتي:

المطلوب: اوجد: الحل الممكن باستخدام الزاوية الشمالية الغربية، الحل الأفضل باستخدام اقل التكاليف، وطريقة فوجل التقريبية.

S\D	D1	D2	D3	Supply
S1	2	1	8	10
S2	7	4	3	25
S3	6	2	4	20
DEMAND	15	18	22	

الحل: الزاوية الشمالية الغربية

S\D	D1	D2	D3	Supply
S1	2 10	1	8	10
S2	7 5	4 18	3 2	25
S3	6	2	4 20	20
DEMAND	15	18	22	55\55

TOTAL COST= 2x10 + 7x5 + 4x18 + 3x2 + 4x20 = 213 JD

طريقة اقل التكاليف:

S\D	D1	D2	D3	Supply
S1	2	1 10	8	10
S2	7 3	4	3 22	25
S3	6 12	2 8	4	20
DEMAND	15	18	22	55\55

TOTAL COST= 7x3 + 6x12 + 1x10 + 2x8 + 3x22 = 185 JD

طريقة فوجل التقريبية:

S\D	D1	D2	D3	Supply	O.C	OC	OC
S1	2 10	1	8	10	1		
S2	7 3	4	3 22	25	1	1	4
S3	6 2	2 18	4	20	2	2	2
DEMAND	15	18	22	55\55			
OC	4	1	1		6\4		
OC	1	2	1				
OC	1		1				

TOTAL COST= 2x10 + 7x3 + 6x2 + 2x18 + 3x22 = 155 JD

الطريقة	إجمالي التكاليف
الزاوية الشمالية الغربية	213
اقل التكاليف	185
فوجل التقريبية	155
القرار	استخدام طريقة فوجل التقريبية لأنها تحقق اقل تكلفة نقل 155 دينار وتوفر 58 دينار مقارنة مع الطريقة الزاوية الشمالية الغربية وتوفر 30 دينار مقارنة مع اقل التكاليف

أنواع مشاكل النقل:

1- **النقل المغلق Closed Transportation Problem:**

فيها يتساوى العرض مع الطلب ويكون الجدول في حالة توازن **Equilibrium**

2- **النقل المفتوح Opened Transportation Problem:**

فيها لا يتساوى العرض مع الطلب ويكون الجدول في حالة عدم توازن **In Equilibrium**

طريقة حل مشكلة النقل غير المتوازن:Unbalanced Transportation Problem

1. **الحالة الأولى:**

إذا كان العرض اكبر من الطلب:

يتم إضافة عمود جديد new D

كميته الفرق بين العرض والطلب

وتكلفته تساوي صفر

2. **الحالة الثانية:**

إذا كان الطلب اكبر من العرض:

يتم إضافة صف جديد new S

كميته الفرق بين العرض والطلب

وتكلفته تساوي صفر

مثال تطبيقي(9):

وازن نموذج النقل الأتي؟

ثم اوجد حل مشكلة النقل باستخدام طريقة اقل التكاليف؟

S\D	D1	D2	D3	Supply
S1	2	1	3	100
S2	5	4	0	150
S3	2	3	0	50
DEMAND	100	120	60	280\300

حل مشكلة التوازن

ننظر للكميات المعروضة = 300 والكميات المطلوبة = 280

العرض اكبر من الطلب

يتم إضافة عمود جديد رابع تكلفته = صفر، وكميته = 20 وهي الفرق بين العرض والطلب

طريقة اقل التكاليف:

S\D	D1		D2		D3		D4		Supply
S1	2		1	100	3		0		100
S2	5	70	4	20	0	60	0		150
S3	2	30	3		0		0	20	50
DEMAND	100		120		60		20		300\300

TOTAL COST = 1x100 + 5x70 + 4x20 + 0x60 + 0x20 = 590 JD

هنا تم البدء بإشغال الخلية من بداية اقل كمية عرض تساوي 50

حل آخر:

S\D	D1	D2	D3	D4	Supply
S1	2	1 100	3	0	100
S2	5 50	4 20	0 60	0 20	150
S3	2 50	3	0	0	50
DEMAND	100	120	60	20	300\300

TOTAL COST = 1x100 + 5x50 + 0x60 + 0x60 + 0x20 +2x50
= 530 JD

هنا تم البدء بإشغال الخلية من بداية اكبر كمية عرض تساوي 150

مثال تطبيقي(10):

وازن نموذج النقل الأتي؟

ثم اوجد حل مشكلة النقل باستخدام طريقة فوجل التقريبية؟

S\D	D1	D2	D3	Supply
S1	0	1	2	120
S2	2	3	5	100
DEMAND	100	100	50	250\220

حل مشكلة التوازن

ننظر للكميات المطلوبة = 250 والكميات المعروضة = 220

الطلب اكبر من العرض

يتم إضافة صف جديد ثالث تكلفته = صفر، وكميته = 30 وهي الفرق بين الطلب والعرض

طريقة فوجل التقريبية:

S\D	D1	D2	D3	Supply	O.C		
S1	0 100	1	2 20	120 ←	1	1	1
S2	2	3 100	5	100	1	1	1
S3	0	0	0 30	30	0	-	-
DEMAND	100	100	50	250\250			
OC	0	1	2		3\2		
OC	3	2	3				
OC	2	2	-				

TOTAL COST = 0x100 + 2x20 + 3x100 + 0x30 = 340 JD

اختبار أمثلية الحل لجدول النقل Optimal Solution

للحصول على أمثلية الحل يتم اختبار جدول النقل بإحدى الطريقتين:

1- طريقة المسار المتعرج أو الحجر المتنقل

The Stepping Stone Method =(SSM)

2- طريقة التوزيع المعدلة

Modified Distribution Method = (MODI)

أولاً: طريقة المسار المتعرج: المسار المغلق خطوات الحجر المتنقل

التعريف:

هي تقييم جميع الخلايا الفارغة غير مشغولة في جدول الحل الأولي

بمعنى اختبار فعالية استخدام الخلايا في الحل

هدفها:

تهدف لمعرفة اثر استخدام كل خلية فارغة على مجموع التكاليف الكلية

الطريقة العملية:

عمل مسار مغلق لكل خلية فارغة يبدأ بالخلية غير مستخدمة فارغة تحيط بها خلايا مشغولة في الحل الأولي وينتهي بها وإذا وجدنا أن مليء خلية معينة فارغة يؤدي إلى تقليل التكاليف نعدل الجدول

شروط وخطوات استخدام المسار المتعرج:

1- التحقق من قانون عدد الخلايا المستخدمة = عدد الصفوف + عدد الأعمدة – 1

2- تحديد عدد الخلايا الفارغة التي لا تحتوي على كميات = عدد المسارات الحرجة

3- يجب البدء والنهاية للمسار المغلق عند الخلية الفارغة المراد تقييمها ونعود إلى الخلية الفارغة بأقصر مسافة ممكنة

4- ونسير على الخلايا الممتلئة المشغولة فقط إما أفقيا أو عموديا المسار يكون خطوط مستقيمة عمودية على الخلايا المشغولة بزوايا قائمة

5- لكل خلية غير مشغولة مسار واحد فقط اقصر ما يمكن

6- نؤشر على التكلفة بدوائر نبدأ + ثم – ثم + ثم – ويغلق المسار

7- نحسب التكلفة غير مباشرة لكل خلية فارغة حتى يتبين هل تؤثر على التكاليف

8- **الحل الأمثل** هو التكلفة غير مباشرة لكل خلية فارغة موجبه أو صفر يعني المسار غير مجدي لكن إن كان المسار سالب يعني انه مجدي ويجب فتحة وتعديله لأنه سيخفض التكاليف

9- وللحفاظ على عدم سلبية الخلايا نأخذ الخلايا اقل قيمة سالبة بالتكاليف :

وتطرح كميتها في الخلية من الخلايا السالبة وتجمع إلى الخلايا الموجبة بذلك يتم تعديل الجدول.

كيف يتم تعديل جدول النقل؟

يتم اختيار المسارات السالبة الأكثر في التخفيض يتم اختياره وتعديل الخلية نفسها بأخذ مسارها المتعرج ويتم مقارنة الكميات في التكلفة غير مباشرة السالبة بينها واختيار الكمية الأقل تطرح من الخلايا السالبة وتضاف للخلايا الموجبة

ماذا نعني باختبار أمثلية الحل؟

بمعنى هل ممكن نقلل من تكلفة النقل للمشكلة المعنية من التكاليف الكلية أم هي اقل تكلفة نقل ممكنة ولا يتم تقليلها = التأكد هل الحل امثل أم لا هي يمكن تخفيض التكلفة أو لا

مثال تطبيقي(11):

اوجد الحل الأمثل بطريقة المسار المتعرج؟

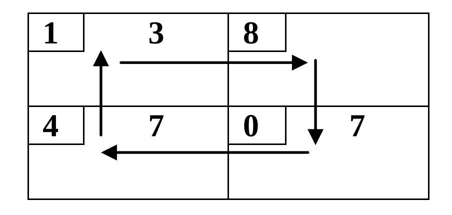
S\D	D1	D2	D3	Supply
S1	5 9	1 3	8	12
S2	2	4 7	0 7	14
S3	3	6	7 4	4
DEMAND	9	10	11	30\30

المسار المتعرج:

الخلايا المستخدمة = عدد الصفوف + عدد الأعمدة – 1 = 3 + 3 – 1 = 5 خلايا مشغولة

توجد 4 خلايا فارغة = 4 مسارات متعرجة

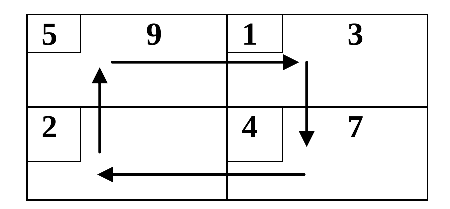
خلية S1,D3



Indirect cost = 8 -0 + 4 – 1 = + 11

مسار موجب غير مجدي فتحه

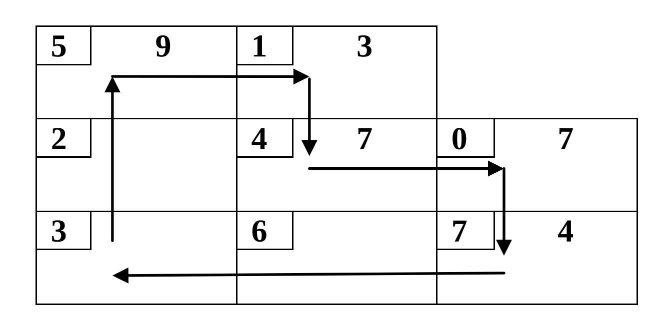
خلية S2,D1



Indirect cost = 2 - 5 + 1 – 4 = - 6

مسار سالب مجدي فتحه

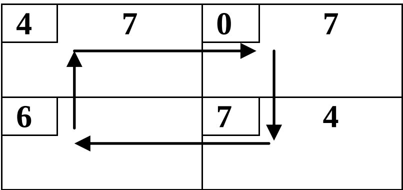
خلية S3,D1



Indirect cost = 3 - 5 + 1 – 4 + 0 – 7 = - 12

مسار سالب مجدي فتحه

خلية S3,D2



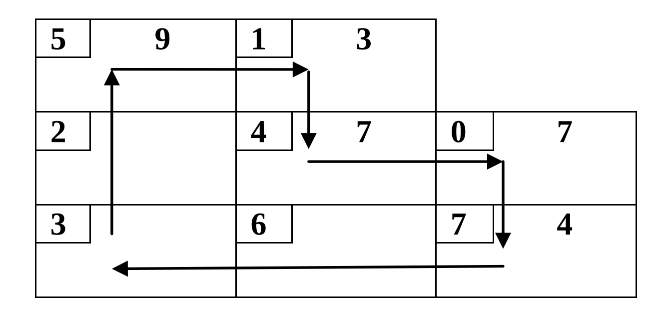
Indirect cost = 6 - 4 + 0 – 7 = - 5

مسار سالب مجدي فتحه

بالنظر إلى المسارات المتعرجة نأخذ السالبة لأنها المجدية في فتح المسارات

ونختار الأكبر في التكاليف المخفضة نجدها= - 12

يجب تعديلها خليةS3,D1



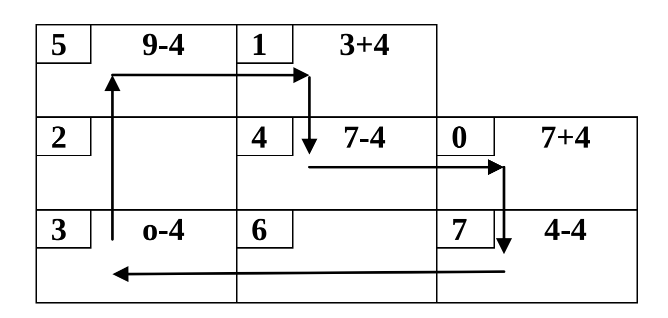
Indirect cost = 3 - 5 + 1 – 4 + 0 – 7 = - 12

التكاليف السالبة نأخذ مقارنه بين كمياتها في الجدول

- 5 – 4 – 7

9 7 4

نختار اقل كمية وتجمع للموجبة وتطرح للسالبة



الجدول المعدل

S\D	D1	D2	D3	Supply
S1	5 5	1 7	8	12
S2	2	4 3	0 11	14
S3	3 4	6	7	4
DEMAND	9	10	11	30\30

نحسب التكاليف الكلية=

TC = 5x5 + 1x7 + 4x3 + 0x11 + 3x4 = 56 JD

مقارنة فرق التكاليف بين:

الزاوية الشمالية الغربية =104 دينار

وبعد التعديل بالمسار المتعرج = 56 دينار

الفرق = 48 دينار نتيجة شغل الخلية S3,D1

نقوم باختبار أمثلية الحل للجدول الثاني بالمسار المتعرج:

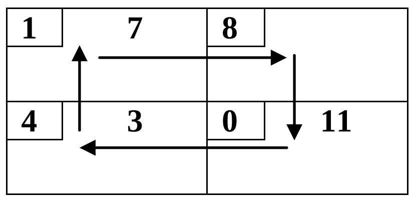
S\D	D1	D2	D3	Supply
S1	5 5	1 7	8	12
S2	2	4 3	0 11	14
S3	3 4	6	7	4
DEMAND	9	10	11	30\30

المسار المتعرج:

الخلايا المستخدمة = عدد الصفوف + عدد الأعمدة – 1 = 3 + 3 – 1 = 5 خلايا مشغولة

توجد 4 خلايا فارغة = 4 مسارات متعرجة

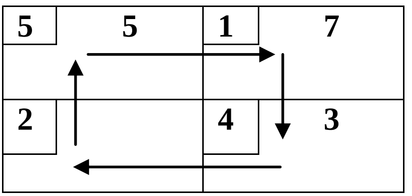
خلية S1,D3



Indirect cost = 8 - 0 + 4 – 1 = +11

مسار موجب غير مجدي فتحه

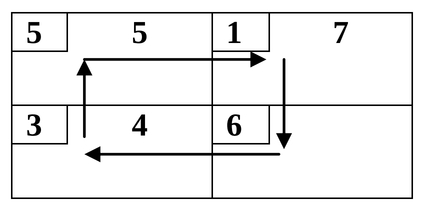
خلية S2,D1



Indirect cost = 2 - 5 + 1 – 4 = - 6

مسار سالب مجدي فتحه

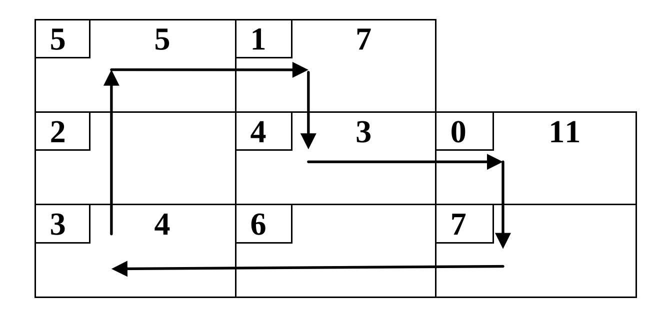
خلية S3,D2



Indirect cost = 6 - 3 + 5 – 1 = +7

مسار موجب غير مجدي فتحه

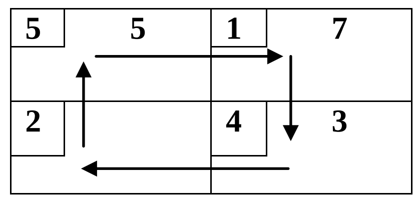
خلية S3,D1



Indirect cost = 7 - 3 + 5 – 1 + 4 – 0 = + 12

مسار موجب غير مجدي فتحه

خلية S2,D1



Indirect cost = 2 - 5 + 1 – 4 = - 6

مسار سالب مجدي فتحه

بالنظر إلى المسارات المتعرجة نأخذ السالبة لأنـها المجدية في فتح المسارات

ونـختار الأكبر في التكاليف المخفضة نجدها 6 - =

خلية S2,D1 يجب تعديلها

Indirect cost = 2 - 5 + 1 – 4 = - 6

التكاليف السالبة نأخذ مقارنه بين كمياتها في الجدول

- 5 – 4

5 3

نختار اقل كمية وتجمع للموجبة وتطرح للسالبة

5 | 5-3	1 | 7+3
2 | 0+3	4 | 3-3

الجدول المعدل

S\D	D1	D2	D3	Supply
S1	5 | 2	1 | 10	8	12
S2	2 | 3	4	0 | 11	14
S3	3 | 4	6	7	4
DEMAND	9	10	11	30\30

نحسب التكاليف الكلية=

TC = 5x2 + 1x10 + 2x3 + 0x11 + 3x4 = 38 JD

توصلنا للحل الأمثل خفضت التكاليف 18 دينار وهو نفس حل طريقة فوجل التقريبية واقل التكاليف

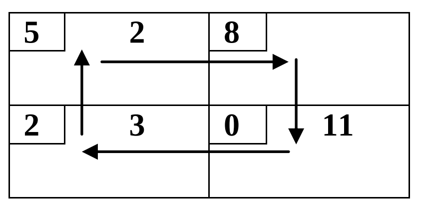
اختبار أمثلية الحل:

المسار المتعرج:

الخلايا المستخدمة = عدد الصفوف + عدد الأعمدة – 1 = 3 + 3 – 1 = 5 خلايا مشغولة

توجد 4 خلايا فارغة = 4 مسارات متعرجة

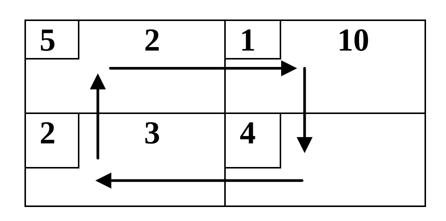
خلية S1,D3



Indirect cost = 8 - 0 + 2 – 5 = +5

مسار موجب غير مجدي فتحه

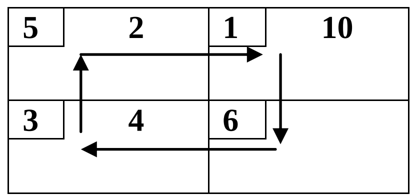
خلية S2,D2



Indirect cost = 4 - 2 + 5 – 1 = + 6

مسار موجب غير مجدي فتحه

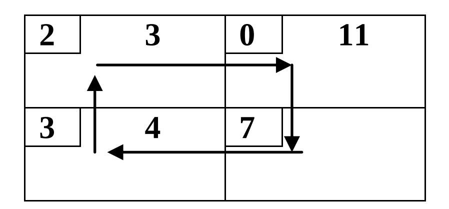
خلية S3,D2



Indirect cost = 6 - 3 + 5 – 1 = +7

مسار موجب غير مجدي فتحه

خلية S3,D1



Indirect cost = 7 - 3 + 2 – 0 = + 6

مسار موجب غير مجدي فتحه

الحل امثل لان المسارات المتعرجة موجبة غير مجدي المسار ولا يحتاج إلى تعديل

القرار: يتم نقل 30 وحدة بتكلفة 38 دينار ولا يمكن تخفيضها إلى اقل من ذلك.

مثال تطبيقي(12):

اوجد الحل الممكن لمشكلة النقل، ثم اوجد الحل الأمثل بطريقة المسار المتعرج؟

S\D	D1	D2	D3	Supply
S1	8	2	5	800
S2	6	4	3	600
S3	2	3	1	1000
DEMAND	1200	500	700	

نوجد الحل باستخدام طريقة الزاوية الشمالية الغربية:

S\D	D1	D2	D3	Supply
S1	8 800	2	5	800
S2	6 400	4 200	3	600
S3	2	3 300	1 700	1000
DEMAND	1200	500	700	2400\2400

التكاليف الكليـة=

TC = 8x800 + 6x400 + 4x200 + 3x300 + 1x700 = 11200 JD

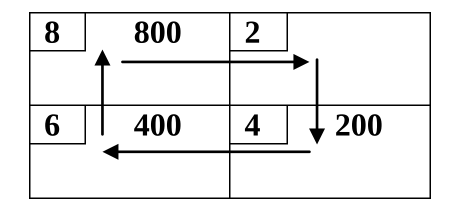
نختبر أمثلية الحل بالمسار المتعرج:

المسار المتعرج:

الخلايا المستخدمة = عدد الصفوف + عدد الأعمدة – 1 = 3 + 3 – 1 = 5 خلايا مشغولة

توجد 4 خلايا فارغة = 4 مسارات متعرجة لكن خلية S2,D3 ليس لها مسار

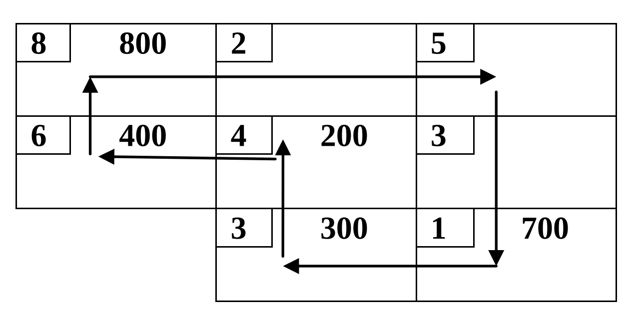
خلية S1,D2



Indirect cost = 2 - 4 + 6 – 8 = - 4

مسار سالب مجدي فتحه

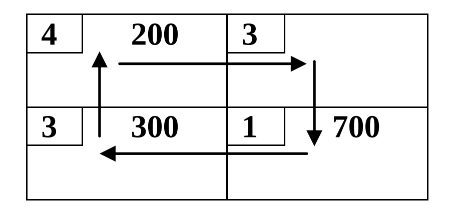
خلية S1,D3



Indirect cost = 5 - 1 + 3 – 4 + 6 – 8 = + 1

مسار موجب غير مجدي فتحه

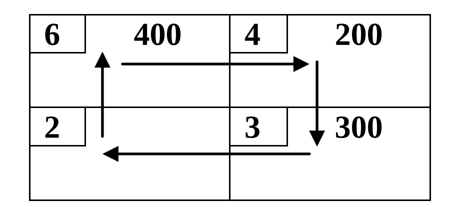
خلية S2,D3



Indirect cost = 3 – 1 + 3 – 8 = + 1

مسار موجب غير مجدي فتحه

خلية S3,D1



Indirect cost = 2 - 6 + 4 – 3 = - 3

مسار سالب مجدي فتحه

بالنظر إلى المسارات المتعرجة نأخذ السالبة لأنها المجدية في فتح المسارات

ونختار الأكبر في التكاليف المخفضة نجدها 4 - =

خلية S1,D2 يجب تعديلها

Indirect cost = 2 - 4 + 6 – 8 = - 4

مسار سالب مجدي فتحه

التكاليف السالبة نأخذ مقارنه بين كمياتها في الجدول

- 4　　– 8

200　　800

نختار اقل كمية وتجمع للموجبة وتطرح للسالبة

8	800-200	2	0+200
6	400+200	4	200-200

الجدول المعدل

S\D	D1	D2	D3	Supply
S1	8　600	2　200	5	800
S2	6　600	4	3	600
S3	2	3　300	1　700	1000
DEMAND	1200	500	700	2400\2400

التكاليف الكلية=

TC = 8x600 + 6x600 + 2x200 + 3x300 + 1x700 = 10400 JD

نختبر أمثلية الحل بالمسار المتعرج:

المسار المتعرج:

الخلايا المستخدمة = عدد الصفوف + عدد الأعمدة – 1 = 3 + 3 – 1 = 5 خلايا مشغولة

توجد 4 خلايا فارغة = 4 مسارات متعرجة

لكن خلية S2,D3 ليس لها مسار

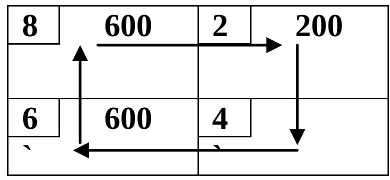
خلية S1,D3

2 200	5
3 300	1 700

Indirect cost = 5 – 1 + 3 – 2 = + 5

مسار موجب غير مجدي فتحه

خلية S2,D2

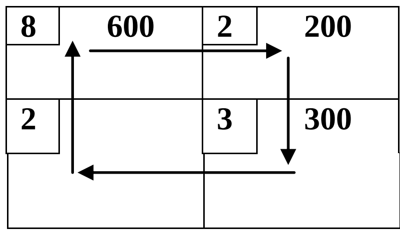


8 600	2 200
6 600	4

Indirect cost = 4 – 6 + 8 – 2 = + 4

مسار موجب غير مجدي فتحه

خلية S3, D1



Indirect cost = 2 – 8 + 2 – 3 = - 7

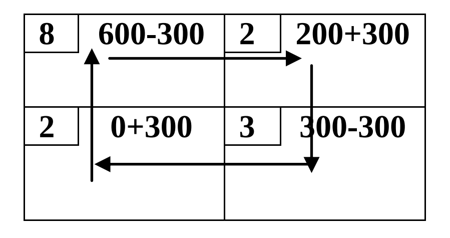
مسار سالب مجدي فتح

ننظر إلى التكاليف السالبة

- 8 -3

600 300

نختار اقل كمية وتجمع للموجبة وتطرح للسالبة



الجدول المعدل

S\D	D1	D2	D3	Supply
S1	8 300	2 500	5	800
S2	6 600	4	3	600
S3	2 300	3	1 700	1000
DEMAND	1200	500	700	2400\2400

التكاليف الكلية=

TC = 8 x300 + 6x600 + 2x300 + 2x500 + 1x700 = 8300 JD

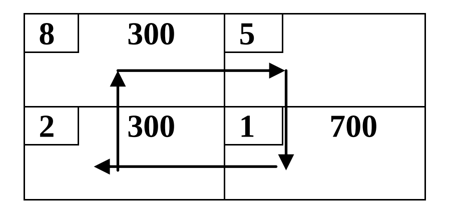
نختبر أمثلية الحل بالمسار المتعرج:

المسار المتعرج:

الخلايا المستخدمة = عدد الصفوف + عدد الأعمدة – 1 = 3 + 3 – 1 = 5 خلايا مشغولة

توجد 4 خلايا فارغة = 4 مسارات متعرجة

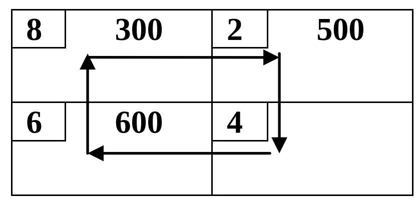
خلية S1,D3



Indirect cost = 5 – 1 + 2 – 8 = + 4

مسار موجب غير مجدي فتحه

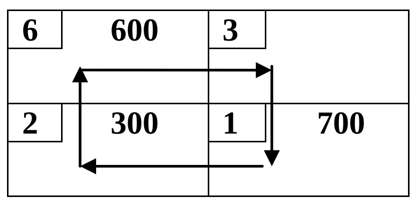
خلية S2,D2



Indirect cost = 4 – 2 + 2 – 6 = +4

مسار موجب مجدي فتحه

خلية S2,D3



Indirect cost = 3 – 1 + 2 – 6 = -2

مسار سالب مجدي فتحه

خلية S3,D2

8	300	2	500
2	300	3	

Indirect cost = 3 – 2 + 8 – 2 = +7

مسار موجب غير مجدي فتحه

خلية S2,D3 نقوم بتعديل مسارها

ننظر إلى التكاليف السالبة

- 1 -6

700 600

نختار اقل كمية وتجمع للموجبة وتطرح للسالبة

تعديل خلية S2,D3

6	600-600	3	0 + 600
2	300+600	1	700-600

الجدول المعدل

S\D	D1		D2		D3		Supply
S1	8	300	2	500	5		800
S2	6		4		3	600	600
S3	2	900	3		1	100	1000
DEMAND	1200		500		700		2400\2400

التكاليف الكلية=

TC = 8x300 + 2x500 +3x600 + 2x900 + 1x100 = 7100 JD

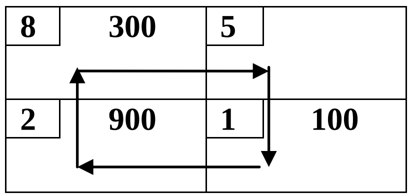
نختبر أمثلية الحل بالمسار المتعرج:

المسار المتعرج:

الخلايا المستخدمة = عدد الصفوف + عدد الأعمدة – 1 = 3 + 3 – 1 = 5 خلايا مشغولة

توجد 4 خلايا فارغة = 4 مسارات متعرجة

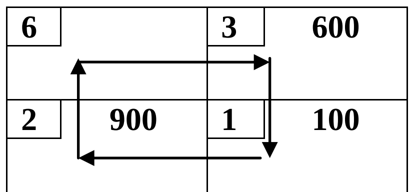
خلية S1,D3



Indirect cost = 5 – 1 + 2 – 8 = -2

مسار سالب مجدي فتحه

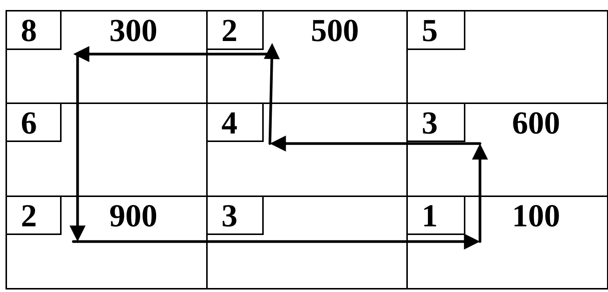
خلية S2,D1



Indirect cost = 6 – 3 + 1 – 2 = +2

مسار موجب غير مجدي فتحه

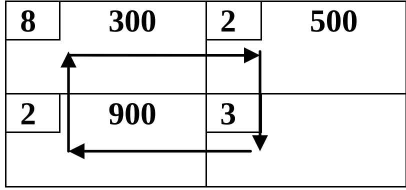
خلية S2,D2



Indirect cost = 4 – 2 + 8 – 2 + 1 – 3 = +7

مسار موجب غير مجدي فتح

خلية S3,D2



8	300	2	500
2	900	3	

Indirect cost = 3 – 2 + 8 – 2 = +7

مسار موجب غير مجدي فتحه

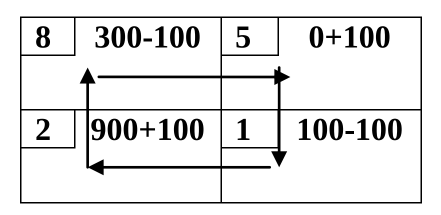
ننظر إلى التكاليف السالبة

- 1 -8

100 300

نختار اقل كمية وتجمع للموجبة وتطرح للسالبة

تعديل خلية S1,D3



8	300-100	5	0+100
2	900+100	1	100-100

الجدول المعدل

S\D	D1	D2	D3	Supply
S1	8 200	2 500	5 100	800
S2	6	4	3 600	600
S3	2 1000	3	1	1000
DEMAND	1200	500	700	2400\2400

التكاليف الكلية=

TC =8x200+ 2 x1000 + 2x500 + 5x100 + 3x600 = 6900 JD

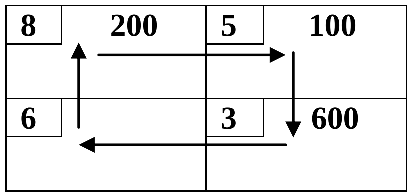
نختبر أمثلية الحل بالمسار المتعرج:

المسار المتعرج:

الخلايا المستخدمة = عدد الصفوف + عدد الأعمدة – 1 = 3 + 3 – 1 = 5 خلايا مشغولة

توجد 4 خلايا فارغة = 4 مسارات متعرجة

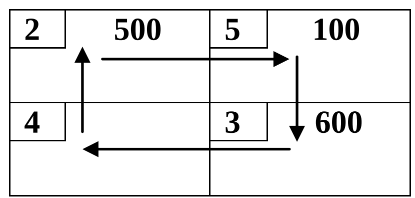
خلية S2,D1



Indirect cost = 6 - 8 + 5 – 3 = 0

مسار صفر غير مجدي فتحه

خلية S2,D2



2 500	5 100
4	3 600

Indirect cost = 4 - 2 + 5 – 3 = + 4

مسار موجب غير مجدي فتحه

خلية S3,D2

8 200	2 500
2 1000	3

Indirect cost = 3 - 2 + 8 – 2 = + 7

مسار موجب غير مجدي فتحه

خلية S3,D3

8 200	5 100
2 1000	1

Indirect cost = 1 - 2 + 8 – 5 = + 2

مسار موجب غير مجدي فتحه

الحل امثل لان جميع المسارات موجبة

القرار: سيتم نقل 2400 وحدة بتكلفة 6900 دينار ولا يمكن تخفيضها إلى اقل من ذلك

ونلاحظ أن الحل الأمثل الذي توصلنا إليه هو نفس حل جدول النقل بطريقة فوجل التقريبية

نوجد الحل باستخدام طريقة فوجل التقريبية

S\D	D1	D2	D3	Supply	OC			
S1	8 200	2 500	5 100	800	3	3	3	3
S2	6	4	3 600	600	1	1	3	
S3	2 1000	3	1	1000	1			
DEMAND	1200	500	700	2400\2400				
OC	4	1	2		7\5			
OC	2	2	2					
	2		2					
	2							

التكاليف الكلية=

TC =8x200+ 2 x1000 + 2x500 + 5x100 + 3x600 = 6900 JD

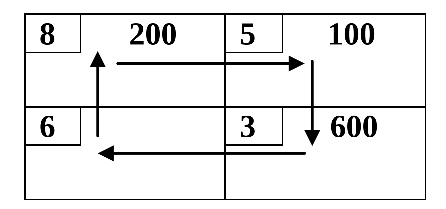
نختبر أمثلية الحل بالمسار المتعرج:

المسار المتعرج:

الخلايا المستخدمة = عدد الصفوف + عدد الأعمدة – 1 = 3 + 3 – 1 = 5 خلايا مشغولة

توجد 4 خلايا فارغة = 4 مسارات مت

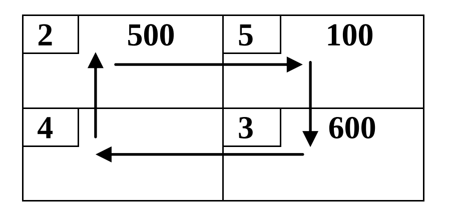
خلية S2,D1



Indirect cost = 6 - 8 + 5 – 3 = 0

مسار صفر غير مجدي فتحه

خلية S2,D2



Indirect cost = 4 - 2 + 5 – 3 = + 4

مسار موجب غير مجدي فتحه

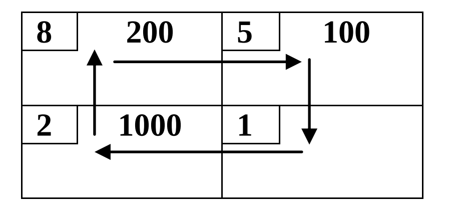
خلية S3,D2

8	200	2	500
2	1000	3	

Indirect cost = 3 - 2 + 8 – 2 = + 7

مسار موجب غير مجدي فتحه

خلية S3,D3



Indirect cost = 1 - 2 + 8 – 5 = + 2

مسار موجب غير مجدي فتحه

الحل امثل لان جميع المسارات موجبة

القرار: سيتم نقل 2400 وحدة بتكلفة 6900 دينار ولا يمكن تخفيضها إلى اقل من ذلك

مثال تطبيقي(13):

وازن جدول النقل التالي؟

ثم اوجد الحل الأفضل باستخدام طريقة فوجل التقريبية؟

ثم اوجد الحل الأمثل باستخدام طريقة المسار المتعرج؟

S \ D	D1	D2	D3	SUPPLY
S1	0	4	1	20
S2	2	3	4	25
S3	5	1	3	15
DEMAND	30	30	10	70/60

حل مشكلة التوازن

ننظر للكميات المطلوبة = 70 والكميات المعروضة = 60

الطلب اكبر من العرض

يتم إضافة صف جديد ثالث تكلفته = صفر، وكميته = 10 وهي الفرق بين الطلب والعر

S \ D	D1	D2	D3	SUP
S1	0	4	1	20
S2	2	3	4	25
S3	5	1	3	15
S4	0	0	0	10
DEM	30	30	10	70\70

ويذلك توازن الجدول في الحل

نستخدم طريقة فوجل التقريبية لإيجاد الحل الافضل

S \ D	D1		D2		D3		SUP	OC			
S1	0	10	4		1	10	20	1	1	1	4
S2	2	20	3	5	4		25	1	1	1	1
S3	5		1	15	3		15	2	-	-	-
S4	0		0	10	0		10	0	0	-	-
DEM		30		30		10	70\70				
OC		0		1		1		2\4			
OC		0		3		1					
OC		2		1		3					
OC		2		1		-					

TC = 0×10 + 2×20 + 3×5 + 1×15 + 0×10+ 1× 10 = 80JD

نختبر أمثلية الحل بالمسار المتعرج:

المسار المتعرج:

الخلايا المستخدمة = عدد الصفوف + عدد الأعمدة – 1 = 4 + 3 – 1 = 6 خلايا مشغولة

توجد 6خلايا فارغة = 6 مسارات متعرجة

1- **(S1,D2) = 4 – 3 + 2 – 0 = +3**
2- **(S2,D3) = 4 – 2 + 0 – 1 = +1**
3- **(S3,D1) = 5 – 2 + 3 – 1 = +5**
4- **(S3,D3) = 5 – 1 +3 -2 +0 -1 = +2**
5- **(S4,D1)= 0 – 2 + 3 – 0 = +1**
6- **(S4,D3) = 0 – 1 +0 – 2 +5 – 0 = 0**

بما ان جميع مسارات المتعرجة موجبة واصفار

اذن تعتبر الحل الامثل

ولا يمكن تخفيضه لأقل من ذلك ولا يحتاج الى تعديل

القرار: نقل 70 وحدة ب 80 دينار

مثال تطبيقي (14):

للجدول التالي اختبر الامثلية بطريقة المسار المتعرج؟

S \ D	D1		D2		D3		SUP	OC
S1	0	20	4		1		20	1
S2	2	10	3	15	4		25	1
S3	5		1	15	3		15	2
S4	0		0		0	10	10	0
DEM	30		30		10		70\70	
OC	0		1		1			2\4

TC = 0×20 + 2×10 + 3×15 + 1×15 + 0×10 = 80JD

نختبر أمثلية الحل بالمسار المتعرج:

المسار المتعرج:

الخلايا المستخدمة = عدد الصفوف + عدد الأعمدة – 1 = 4 + 3 – 1 = 6 خلايا مشغولة

لكن المتوفر 5 خلايا مشغولة يفشل اختبار الامثلية فيكون الحل امثل ولا يمكن تخفيض التكاليف الى اقل من 80 دينار فيتم نقل 70 وحدة بتكلفة نقل 80 دينار

نتيجة حاصلة لفشل الحل لوجود مشكلة الانحلال وهي اختلال شرط استخدام اختبار الامثلية

الطريقة الثانية والاحدث

للحصول على أمثلية الحل يتم اختبار جدول النقل:

طريقة التوزيع المعدلة(Modified Distribution Method (MODI

ثانياً: طريقة التوزيع المعدلة

طريقة تعتبر أسهل من المسار المتعرج، يتم عملها بفرض معادلة من الصفوف والأعمدة والتكلفة

خطوات حل بطريقة التوزيع المعدلة:

1- التحقق من : عدد الخلايا المستخدمة = عدد الصفوف + عدد الأعمدة – 1

2- تكوين معادلة :

$$Ui + Vi = Cij$$

تكلفة الخلية التي تقع في الصفi والعمود j

الموجودة في المربعات الصغيرة

= المتغير الخاص بالعمود j + المتغير الخاص بالصف i

\التي تقع في الخلية المعنية التي تقع في الخلية المعنية

3- إيجاد حل المعادلات الخاصة للخلايا المشغولة:

وذلك بطريقة التعويض وهو بفرض احد المجاهيل = صفر <u>الأكثر تكرارا</u>

ويتم إيجاد قيم متغيرات الصفوف U1 U2 U3

وقيم متغيرات الأعمدة V1 V2 V3

4- يتم تقييم كل خلية فارغة غير مشغولة بحساب التكلفة غير مباشرة

$$Eij = Cij - Ui - Vi$$

5- إيجاد تقييم الخلايا الفارغة للمسار الحرج المسار المغلق لخلية

6- تعديل جدول النقل مثل المسار الحرج النظر إلى التكاليف السالبة في المسار وطرح كميته من التكلفة السالبة وأضافه الكمية للخلايا الموجبة

7- إذا كانت قيم Eij تقيم الخلايا الفارغة موجبة أو صفر تعني الحل الأمثل

8- تحسب تكلفة آخر جدول تم تعديله

مثال تطبيقي(15):

اوجدي الحل لمشكلة النقل باستخدام طريقة فوجل التقريبية؟

ثم اختبر أمثلية الحل باستخدام طريقة التوزيع المعدلة؟

قارن النتيجة مع طريقة المسار المتعرج؟

S\D	D1	D2	D3	Supply
S1	5	4	0	40
S2	6	9	0	50
S3	3	5	0	30
DEMAND	50	60	10	120\120

طريقة فوجل التقريبية:

S\D	D1	D2	D3	Supply	OC	
S1	5	4 40	0	40	4	1
S2	6 40	9	0 10	50 ←	6	3
S3	3 10	5 20	0	30	3	2
DEMAND	50	60	10	120\120		
OC	2	1	0		3\13	
	2	1	-			

TC = 6x40 + 3 x10 + 4x40 + 5x20 + 0x10 = 530 JD

نختبر أمثلية الحل بطريقة التوزيع المعدلة:

الخلايا المستخدمة = عدد الصفوف + عدد الأعمدة – 1 = 3 + 3 – 1 = 5 خلايا مشغولة

توجد 5 خلايا مشغولة = 5 معادلات

توجد 4 خلايا فارغة = 4 تقييمات

الخلايا المشغولة:

تكوين معادلة ثم إيجاد حل المعادلات الخاصة للخلايا المشغولة:

وذلك بطريقة التعويض وهو بفرض احد المجاهيل = صفر

	الخلية المشغولة	معادلة التعويض $U_i + V_i = C_{ij}$	القيمة	$U_2 = 0$
1	S2, D1	$U_2 + V_1 = C_{21}$	$0 + V_1 = 6$	$V_1 = 6$
2	S2, D3	$U_2 + V_3 = C_{23}$	$0 + V_3 = 0$	$V_3 = 0$
3	S3, D1	$U_3 + V_1 = C_{31}$	$U_3 + 6 = 3$	$U_3 = -3$
4	S3, D2	$U_3 + V_2 = C_{32}$	$-3 + V_2 = 5$	$V_2 = 8$
5	S1, D2	$U_1 + V_2 = C_{12}$	$U_1 + 8 = 4$	$U_1 = -4$

	الخلية الفارغة	معادلة التقييم Eij = Cij - Ui - Vi	القيمة	النتيجة	القرار
1	S1 , D1	E11 = C11 - U1 - V1	= 5 – (-4) – 6=	+3	غير مجدي
2	S1, D3	E13 = C13 - U1 - V3	= 0 – (-4) – 0 =	+4	غير مجدي
3	S2 , D2	E22 = C22 - U2 - V2	= 9 – 0 - 8 =	+1	غير مجدي
4	S3,D3	E33 = C33 - U3 - V3	= 0 – (-3) – 0 =	+3	غير مجدي

بما أن قيم Cij تقييم الخلايا الفارغة موجبة أو صفر تعني الحل الأمثل

القرار: سيتم نقل 120 وحدة بتكلفة 530 دينار ولا يمكن تخفيضه إلى اقل من ذلك

طريقة المسار المتعرج:

نختبر أمثلية الحل بالمسار المتعرج:

المسار المتعرج:

الخلايا المستخدمة = عدد الصفوف + عدد الأعمدة – 1 = 3 + 3 – 1 = 5 خلايا مشغولة

توجد 4خلايا فارغة = 4 مسارات متعرجة

1- **(S1,D1) = 5 – 4 + 5 – 3 = +3**
2- **(S1,D3) = NO PATH**
3- **(S2,D2) = 9 – 5 + 3 – 6 = +1**
4- **(S3,D3) = 0 – 0 +6 -3 = +3**

بما ان جميع مسارات المتعرجة موجبة واصفار

اذن تعتبر الحل الامثل

ولا يمكن تخفيضه لأقل من ذلك ولا يحتاج الى تعديل

القرار: نقل 120 وحدة ب 530 دينار

مثال شامل

S \ D	D1	D2	D3	D4	SUPPLY
S1	4	7	2	10	300
S2	5	8	7	11	1200
S3	10	9	6	13	100
DEMAND	400	200	600	400	

المطلوب : **أولا: اوجد الحل الأفضل لمشكلة النقل تحديد الطريقة المستخدمة؟**
ثانيا: اوجد الحل الأمثل لمشكلة النقل بتحديد الطريقة المستخدمة؟

الحل الأفضل

نوجد باستخدام طريقة فوجل التقريبية:

S \ D	D1	D2	D3	D4	SUPPLY	
S1	4	7	2	10	300	2
S2	5	8	7	11	1200	2
S3	10	9	6	13	100	3
DEMAND	400	200	600	400	1600/1600	
oc	1	1	4	1		7/7

تفشل طريقة فوجل التقريبية لتساوي مجموع الغرامات في الصفوف والأعمدة منذ البداية

نستخدم طريقة اقل التكاليف:

S \ D	D1	D2	D3	D4	SUPPLY
S1	4	7	2 / 300	10	300
S2	5 / 400	8 / 200	7 / 200	11 / 400	1200
S3	10	9	6 / 100	13	100
DEMAND	400	200	600	400	1600/1600

نحسب التكاليف الكلية=

TC = 2X300 + 5X400 + 8X200 + 7X200 + 11X400 + 6X100 = 10600JD

نختبر أمثلية الحل باستخدام طريقة التوزيع المعدلة:

الخلايا المستخدمة = عدد الصفوف + عدد الأعمدة – 1 = 3 + 4 – 1 = 6 خلايا مشغولة

توجد 5 خلايا مشغولة = 5 معادلات

توجد 4 خلايا فارغة = 4 تقييمات

الخلايا المشغولة:

تكوين معادلة ثم إيجاد حل المعادلات الخاصة للخلايا المشغولة:

وذلك بطريقة التعويض وهو بفرض احد المجاهيل = صفر

	الخلية المشغولة	معادلة التعويض $U_i + V_i = C_{ij}$	القيمة	$U_2 = 0$
1	**S2, D1**	$U_2 + V_1 = C_{21}$	$0 + V_1 = 5$	$V_1 = 5$
2	**S2, D2**	$U_2 + V_2 = C_{22}$	$0 + V_2 = 8$	$V_2 = 8$
3	**S2, D3**	$U_2 + V_3 = C_{23}$	$0 + V_3 = 7$	$V_3 = 7$
4	**S2, D4**	$U_2 + V_4 = C_{24}$	$0 + V_4 = 11$	$V_4 = 11$
5	**S1, D3**	$U_1 + V_3 = C_{13}$	$U_1 + 7 = 2$	$U_1 = -3$
6	**S3, D3**	$U_3 + V_3 = C_{33}$	$U_3 + 7 = 6$	$U_3 = -1$

$U_1 = 5 \quad U_2 = 0 \quad U_3 = -1$

$V_1 = 5 \quad V_2 = 8 \quad V_3 = 7 \quad V_4 = 11$

طريقة المسار المتعرج:

نختبر أمثلية الحل بالمسار المتعرج:

المسار المتعرج:

الخلايا المستخدمة = عدد الصفوف + عدد الأعمدة – 1 = 3 + 4 – 1 = 6 خلايا مشغولة

توجد 6خلايا فارغة = 6 مسارات متعرجة

1- **(S1,D1) = 4 – 5 + 7 – 2 = +4**
2- **(S1,D2) = 7-8 +7 – 2 = +4**
3- **(S1,D4) = 10 – 11 + 7 – 2 = +4**
4- **(S3,D1) = 10 – 5 + 7 -6 = +6**
5- **(S3,D2) = 9 -8 + 7 – 6 = +2**
6- **(S3,D4) = 13 = 11 + 7 – 6 = +3**

بما ان جميع مسارات المتعرجة موجبة واصفار

اذن تعتبر الحل الامثل

ولا يمكن تخفيضه لأقل من ذلك ولا يحتاج الى تعديل

القرار: نقل 1600 وحدة ب 10600 دينار

	الخلية الفارغة	معادلة التقييم $Eij = Cij - Ui - Vi$	القيمة	النتيجة	القرار
1	S1 , D1	E11 = C11 - U1 - V1	= 4 – (-5) – 5=	+4	غير مجدي
2	S1, D2	E12 = C12 - U1 - V2	= 7 – (-5) – 8 =	+4	غير مجدي
3	S1 , D4	E14 = C14 - U1 - V4	= 10 – (-5) - 11=	+4	غير مجدي
4	S3,D1	E31 = C31 - U3 - V1	=10 – (-1) – 5 =	+6	غير مجدي
5	S3,D2	E32= C32-U3-V2	=9 - (-1) – 8 = 2	+2	غير مجدي
6	S3,D4	E34=C34-U3-V4	= 13 – (-1) – 11	+3	غير مجدي

بما أن قيم Cij تقييم الخلايا الفارغة موجبة أو صفر تعني الحل الأمثل

القرار: سيتم نقل 1600 وحدة بتكلفة 10600 دينار ولا يمكن تخفيضه إلى اقل من ذلك

الحالات الخاصة من مشاكل النقل:

1. **عدم التوازن Unbalanced Transportation Problem**

فيها يكون عدد المصادر لا يساوي عدد مراكز الطلب

إما الطلب اقل من العرض أو الطلب اكبر من العرض

2. **الانحلال Degeneracy In Transportation Problem**

وفيها يكون عدد الخلايا المشغولة اقل من(عدد الصفوف + عدد الأعمدة −1) يخل هذا الشرط

ويكون الانحلال مبدئي منذ بداية الحل أو بعد عدة مراحل من الحل

3. **وجود أكثر من امثل More Than One Optimal Solution**

4. **مشكلة تعظيم التكاليف Maximization In Transportation Problem**

غير مقبول نهائيا تعظيم تكاليف النقل

5. **حلول غير مقبولة لوجود تكاليف عالية Unacceptable Routes**

الامثلة الشاملة

السؤال الاول:

S \ D	D1	D2	D3	SUPPLY
S1	4	6	8	350
S2	5	9	9	380
S3	2	3	10	470
DEMAND	400	300	500	

<u>المطلوب :</u> أولا: اوجد الحل الأفضل لمشكلة النقل تحديد الطريقة المستخدمة؟
ثانيا: اوجد الحل الأمثل لمشكلة النقل بتحديد الطريقة المستخدمة؟

السؤال الثاني:

S \ D	D1	D2	D3	SUPPLY
S1	4 20	7	2 10	30
S2	5 5	8 5	7	10
S3	10	9 10	6	10
DEMAND	25	15	10	50\50

<u>المطلوب :</u> اختبر الحل الأمثل لمشكلة النقل بتحديد الطريقة المستخدمة؟

السؤال الثالث:

اوجد الحل الأفضل لمشكلة النقل الآتية ثم باستخدام طريقة المسار المتعرج احسب التكاليف الكلية لمشكلة النقل التالية؟

S \ D	D1	D2	D3	SUPPLY
S1	2	2	4	16
S2	3	6	3	35
S3	5	1	2	9
DEMAND	20	25	15	

السؤال الرابع:

باستخدام طريقة الزاوية الشمالية الغربية احسب التكاليف الكلية لمشكلة النقل التالية؟ ثم اوجد الحل الأمثل باستخدام طريقة التوزيع المعدلة؟

S \ D	D1	D2	D3	SUPPLY
S1	2	2	4	16
S2	3	6	3	35
S3	5	1	2	9
DEMAND	20	25	15	

الفصل السابع

نموذج التعيين Assignment model

تعريف نموذج التخصيص أو التعيين:

هو نموذج للبرمجة الخطية ذو أغراض خاصة تستخدم في حل المشكلات التي تستدعي توزيع المهام على الموارد المتاحة، يستخدم من قبل متخذي القرار في منظمة الأعمال، بهدف اختيار عدد من التخصيصات التي تؤدي إلى خفض التكاليف وتعظيم الأرباح.

التعيين هو:

تعيين أشخاص أو الآلات في وظائف معينة ومحددة بأقل التكاليف واكبر الأرباح.

وهي اختيار أفضل تعيين بحيث يؤدي إلى خفض تكاليف التعيين وتعظيم الأرباح الناتجة من التعيين

مشاكل التعيين:

التعيين عبارة عن حالة خاصة من مشاكل النقل وتتعلق بتعيين عدد معين من الأجهزة أو العمال لإنجاز عدد من الوظائف، وذلك عن طريق تعيين جهاز واحد أو عامل واحد لوظيفة واحدة. ويتطلب ذلك عدد المهام يساوي عدد الوظائف.

هدف نموذج التعيين:

1. تقليل التكاليف الكلية
2. تقليل الوقت لتحضير المهام

أليه عمل نموذج التعيين:

يتم التعبير عن مشكلة التعيين بمصفوفة مربعة (2 *2 أو 3* 3 أو 4* 4) بحيث يتساوى عدد الصفوف مع عدد الأعمدة

بحيث تمثل الصفوف العمال أو الأجهزة المرشحة

وتمثل الأعمدة المهام أو الوظائف اللازم انجازها

مهام \ وظائف	1	2	3
A	CA1	CA2	CA3
B	CB1	CB2	CB3
C	CC1	CC2	CC3

خصائص مشكلة التعيين:

1. يجب أن يكون تعيين واحد لمورد واحد لوظيفة واحدة وسيلة واحدة لإنجاز مهمة واحدة
2. لا يجوز تعيين أكثر من وظيفة لمورد وأكثر من مورد لوظيفة
3. تساوي الصفوف مع الأعمدة مع مصفوفة التعيين (عدد الصفوف = عدد الأعمدة) متوازن
4. يجب أن يساوي الطلب والعرض 1 صحيح لا يكون هناك كسور
5. في حالة عدم تساوي الصف مع الأعمدة يخلق نوع من عدم التوازن
6. يتم إضافة صف أو عمود ويشغل بتكلفة أو ربح يساوي صفر
7. يتم معرفة وتحديد الربح والتكلفة مسبقا ويجب تحديد التكلفة
8. شرط عدم السلبية لأنها واقعية
9. تحديد الهدف من التعيين إما تقليل تكاليف التعيين أو تعظيم الأرباح الناتجة من التعيين

مكونات نموذج التعيين:

1. دالة هدف
2. قيود وسائل
3. قيود مهام
4. عدم السلبية

طرق حل مشاكل التعيين:

1. طريقة النقل Transportation Method
2. طريقة المبسطة السمبلكس Simplex Method
3. طريقة العد الكامل The Complete Enumeration Method
4. الطريقة الهنغارية Hungarian Method

قارن بين طريقة العد الكامل والطريقة الهنغارية؟

وجه المقارنة	العد الكامل	الهنجارية
الاستخدام	نموذج التعيين الثلاثي فقط	نموذج تعين أكثر من ثلاثي
الهدف	تقليل التكاليف وزيادة الأرباح	تقليل التكاليف وزيادة الأرباح
الطريقة	طريقة المضروب = 6 بدائل متاحة	طرح الصفوف وطرح الأعمدة والتغطية بالا صفار
تفشل	عندما يكون أكثر من ثلاثي	لا تفشل أبدا

استخدامات وتطبيقات عملية لنماذج التخصيص:

تخصيص عدد معين من

1. الأجهزة لأداء مهام
2. العمال لشغل الأعمال
3. المدراء لشغل مناصب إدارية
4. الباصات لتعين خطوط نقل خارجية
5. الوكلاء للمناطق الجغرافية

طريقة العد الكامل The Complete Enumeration Method

التعريف: طريقة يتم فيها تحديد جميع البدائل لتوزيع عدد معين من العمال إلى عدد معين من الوظائف ثم نختار البديل المناسب الذي يؤدي إلى تخفيض التكاليف أو تعظيم الأرباح.

الاستخدام: من ابسط الطرق استخداما في التعيين وتستخدم فقط في حال وجود ثلاث وظائف فقط لثلاث مهام فقط أكثر من ذلك لا يتم استخدام طريقة العد الكامل.

كيفية الحل: يمكن إيجاد عدد البدائل باستخدام مبدأ طرق العد عن طريق المضروب أو المفكوك Factorial

$$N! = n\,(n-1)(n-2)\,\ldots\ldots.\ 3 \times 2 \times 1$$

خطوات إجراء طريقة العد الكامل:

1- حساب عدد البدائل المحتملة لمشكلة التعيين :

بإيجاد قيمة المضروب عدد الصفوف أو إيجاد مضروب عدد الأعمدة

مثال:

$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$ بدائل متاحة

ويمكن إيجاد المضروب في الآلة الحاسبة على الرمز x^{-1}

2- كتابة جميع البدائل الممكنة لمشكلة التعيين

3- حساب إجمالي التكاليف لكل بديل

4- اختيار البديل الأمثل الذي يحقق اقل تكلفة اقل رقم

أو اختيار البديل الأفضل الذي يحقق أعلى ربح اكبر رقم

ملاحظة هامة:

يتم استخدام هذا الطريقة للوظائف البسيطة والتي لا يتجاوز عددها عن 3 مهام و3 وظائف

وكلما زاد عدد الوظائف زاد عدد البدائل لأنه مضروب

ولذلك نستخدم الطريقة الهنغارية بدلا من طريقة العد الكامل

حالات استخدام طريقة العد الكامل:

1- إما تقليل التكاليف لمشكلة التعيين
2- أو تعظيم أرباح الناتجة عن التعيين

الحالة الأولى : حالة تقليل التكاليف MIN

مثال تطبيقي(1):

تسعى بلديه خان يونس إلى تعيين ثلاثة مهندسين وهم(هاني، سامي، رامي) لإنجاز 3 وظائف وهي (مهندس مدني، مهندس كهربا، مهندس مياه) وتكلفة تعينهم بالدينار الأردني موضحة بالجدول الآتي:

المطلوب:

اوجد أفضل تعيين بحيث يكون اقل تكلفة ممكنة؟

باستخدام طريقة العد الكامل؟

المهام / العمال	1	2	3
A	**15**	**14**	**8**
B	**4**	**9**	**7**
C	**7**	**2**	**9**

الحل:

بما أن عدد الأعمدة = 3 وعدد الصفوف = 3

إذن نستخدم طريقة العدّ الكامل

$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$

عدد البدائل =6 بدائل

البدائل	A	B	C	COST	RESULT
1	1	2	3	15+9+9	33
2	1	3	2	15+7+2	24
3	2	1	3	14+4+9	27
4	2	3	1	14+7+7	28
5	3	1	2	8+4+2	14
6	3	2	1	8+9+7	24

قرار التعين هو:

اختيار البديل الخامس الذي يحقق اقل تكلفة تعيين بمقدار 14 دينار

الموظف هاني إلى مهنة 3 مهندس مياه بتكلفة = 8 دينار

الموظف سامي إلى مهنة 1 مهندس مدني بتكلفة = 4 دينار

الموظف رامي إلى مهنة 2 مهندس كهربا بتكلفة = 2 دينار

مجموع تكاليف التعيين = 8+4+2 = 14 دينار

مثال تطبيقي (2):

تسعى إدارة مصنع العودة إلى تعيين ثلاثة مدراء وهم(ادم، احمد محمد) لإنجاز 3 وظائف وهي (مدير مبيعات، مدير إنتاج، مدير تسويق) وتكلفة تعينهم بالدينار الأردني موضحة بالجدول الآتي:

المطلوب: اوجد أفضل تعيين بحيث يكون اقل تكلفة ممكنة باستخدام طريقة العدّ الكامل؟

المهام / العمال	1	2	3
A	16	8	14
B	10	4	8
C	8	2	10

الحل:

بما أن عدد الأعمدة = 3 وعدد الصفوف = 3

إذن نستخدم طريقة العدّ الكامل

$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$

عدد البدائل =6 بدائل

البدائل	A	B	C	COST	RESULT
1	1	2	3	16+4+10	30
2	1	3	2	16+8+2	26
3	2	1	3	8+10+10	28
4	2	3	1	8+8+8	24
5	3	1	2	14+10+2	26
6	3	2	1	14+4+8	26

قرار التعين هو:

اختيار البديل الرابع الذي يحقق اقل تكلفة تعيين بمقدار 24 دينار

الموظف ادم إلى مهنة 2 مدير إنتاج بتكلفة = 8 دينار

الموظف احمد إلى مهنة 3 مدير تسويق بتكلفة = 8 دينار

الموظف محمد إلى مهنة 1 مدير مبيعات بتكلفة = 8 دينار

مجموع تكاليف التعيين = 8+8+8 = 24 دينار

الحالة الثانية : حالة تعظيم الأرباح MAX

مثال تطبيقي(3):

تسعى كلية العلوم الإدارية في جامعة الأقصى إلى تعيين 3 رؤساء أقسام لكلية العلوم الإدارية وهي (رئاسة قسم إدارة الأعمال، رئاسة قسم المحاسبة، رئاسة قسم العلوم المالية والمصرفية) بحيث يحقق تعينهم أفضل عائد ممكن.

المطلوب: باستخدام طريقة العد الكامل اختر البديل الأفضل الذي يحقق أعلى عائد للتعين؟

المهام / العمال	1	2	3
A	13	7	5
B	8	6	7
C	9	2	12

الحل:

بما أن عدد الأعمدة = 3 وعدد الصفوف = 3

إذن نستخدم طريقة العدّ الكامل

$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$

عدد البدائل =6 بدائل

البدائل	A	B	C	COST	RESULT
1	1	2	3	13+6+12	31
2	1	3	2	13+7+2	22
3	2	1	3	7+8+12	27
4	2	3	1	7+7+9	23
5	3	1	2	5+8+2	15
6	3	2	1	5+6+9	20

قرار التعين هو:

اختيار البديل الثالث الذي يحقق اعلي ربح تعيين بمقدار 27 دينار

الموظف الاول إلى مهنة رقم 2 رئاسة قسم المحاسبة بتكلفة = 7 دينار

الموظف الثاني إلى مهنة 3 رئاسة قسم العلوم المالية والمصرفية بتكلفة = 8 دينار

الموظف الثالث إلى مهنة 1 رئاسة قسم إدارة الأعمال بتكلفة = 12 دينار

مجموع أرباح التعيين = 7+8+12 = 27 دينار

مثال تطبيقي(4):

ترغب شركة الوساطة للأوراق المالية التعاقد مع ثلاثة خريجين من كلية التجارة إلى تعيينهم في ثلاثة وظائف وهم(خريج الجامعة الإسلامية، خريج جامعة الأقصى، خريج جامعة الأزهر) لإنجاز 3 وظائف وهي (مدير مالي، مدير حسابات، مدير علاقات عامة) وتكلفة تعينهم بالدينار الأردني موضحة بالجدول الآتي:

المطلوب: 1 – اوجد أفضل تعيين بحيث يكون أعلى ربح ممكن؟

2 – اوجد أفضل تعيين بحيث يكون اقل تكلفة ممكنة باستخدام طريقة العد الكامل؟

المهام / العمال	1 مالي	2 حسابات	3 علاقات عامة
الإسلامية	2	3	4
الأقصى	1	4	3
الأزهر	2	5	5

الحل:

بما أن عدد الأعمدة وعدد الصفوف = 3

إذن نستخدم طريقة العدّ الكامل

عدد البدائل =6 بدائل

$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$

البدائل	ISLAMIC	AQSA	AZHAR	COST	RESULT
1	1	2	3	2+4+5	11
2	1	3	2	2+3+5	10
3	2	1	3	3+1+5	9
4	2	3	1	3+3+2	8
5	3	1	2	4+1+5	10
6	3	2	1	4+4+2	10

قرار التعين هو:

1- حالة تحقيق الأرباح: اختيار البديل الأول الذي يحقق أعلى ربح تعيين بمقدار 11 دينار

خريج الإسلامية إلى مهنة 1 مدير مالي بتكلفة = 2 دينار

خريج الأقصى إلى مهنة 2 مدير حسابات بتكلفة 4 دينار

خريج الأزهر إلى مهنة 3 مدير العلاقات العامة بتكلفة = 5 دينار

مجموع أرباح التعيين = 2+4+5= 11 دينار

2-حالة تقليل التكاليف: اختيار البديل الرابع الذي يحقق اقل تكلفة تعيين بمقدار 8 دينار

خريج الإسلامية إلى مهنة 2 مدير حسابات بتكلفة = 3 دينار

خريج الأقصى إلى مهنة 3 مدير علاقات عامة بتكلفة = 3 دينار

خريج الأزهر إلى مهنة 1 مدير مالي بتكلفة = 2 دينار

مجموع تكاليف التعيين = 3+3+2= 8 دينار

الطريقة الهنغارية Hungarian Method

تستخدم الطريقة الهنغارية في إيجاد حل لمشكلة التعين إذا كانت عدد المهام أو الموظفين أكثر من ثلاثي.

متى وتستخدم الطريقة الهنغارية؟

عندما لا يصلح استخدام طريقة العد الكامل حالة أكثر من ثلاثي

ويجب أن يكون عدد الصفوف = عدد الأعمدة أي أن مشكلة التعيين في **حالة توازن**

ما هو سبب تسمية الطريقة الهنغارية بهذا الاسم؟

نسبة إلى العالم الهنغاري **كوينج** وسميت هذه الطريقة باسمه

خطوات استخدام الطريقة الهنغارية:

1- طرح اقل قيمة في كل عمود من باقي القيم في ذلك العمود لماذا؟ (لإيجاد صفر في كل عمود)
2- طرح اقل قيمة في كل صف من باقي القيم في ذلك الصف لماذا؟ (لإيجاد صفر في كل صف)
3- نغطي الأصفار في الصفوف والأعمدة بأقل عدد ممكن من المستقيمات المرسومة نوصل كل صفرين مع بعضهما البعض في الصف أو العمود مرة واحدة على الأقل
4- **إذا كان عدد المستقيمات المرسومة = عدد الصفوف والأعمدة في الجدول (توصلنا إلى الحل الأمثل)**
5- إذا كان عدد المستقيمات المرسومة ≠ عدد الصفوف أو الأعمدة اقل منهم : **الحل يحتاج إلى تحسين:** نقوم بالنظر إلى أقل قيمة في الجدول غير مغطاة ويتم طرحها من جميع القيم المكشوفة ويتم جمعها إلى نقاط تقاطع المستقيمات المشطوبة مع بعضها
6- نكرر التغطية بالمستقيمات المرسومة حتى يتم التوصل إلى:

عدد المستقيمات المرسومة = عدد الصفوف = عدد الأعمدة

توصلنا إلى الحل الأمثل

7- تتم عملية التخصيص أو التعيين من خلال اختيار العامل الذي يقابل أقل عدد من بالأصفار في الصف أو العمود

8- نحسب التكلف الكلية من خلال الجدول الأصلي الأساسي

ملاحظة هامة:

لا يجوز رسم المستقيمات المشطوبة المارة بالأصفار على الأعمدة فقط أو على الصفوف فقط

هل تستخدم الطريقة الهنغارية في تعظيم الأرباح؟

نعم ولكن في حالة تعظيم الأرباح عند استخدام الطريقة الهنغارية:

يتم طرح جميع القيم من أعلى قيمة في الجدول ويتم إنشاء جدول جديد معدّل للتعيين ثم تطبق جميع الخطوات

متى نتوصل إلى الحل الأمثل في الطريقة الهنغارية؟

إذا كان عدد الخطوط المستقيمة المرسومة التي شطبت بها الصفوف أو الأعمدة

= لعدد الصفوف = عدد الأعمدة وبذلك توصلنا إلى الحل الأمثل

كيف نصمم قرار التعيين في نهاية الحل؟

نختار الصف أو العمود الذي به قيمة صفرية واحدة ، ونخصص المهمة أو الوظيفة إلى الموظف أو العامل

ثم نعود إلى الجدول الأصلي ونأخذ القيمة الموجودة أمام المهمة أو الوظيفة المحددة، وتجمع هذه الأرقام وتعطى قيمة التعيين بالدينار الأردني

الحالة الأولى : حالة تقليل التكاليف MIN

وجود 3 مهام و 3 موظفين

مثال تطبيقي(5):

مستشفى العيون التخصصي يرغب في تعيين 3 أطباء وهم (سامر، عامر، جاسر) لإنجاز 3 مهام وهي(طبيب تخدير، طبيب عام ، طبيب عيون).

المطلوب:

اوجد أفضل تعيين بحيث تكون التكاليف الكلية اقل ما يمكن؟ باستخدام الطريقة الهنغارية؟

المهام / العمال	1	2	3
A	11	4	6
B	8	10	11
C	9	12	7

الحل:

طرح اصغر رقم من كل عمود

المهام / العمال	1	2	3
A	**3**	**0**	**0**
B	**0**	**6**	**5**
C	**1**	**8**	**1**

طرح اصغر رقم من كل صف

المهام / العمال	1	2	3
A	**3**	**0**	**0**
B	**0**	**6**	**5**
C	**0**	**7**	**0**

التغطية بالأصفار

المهام / العمال	1	2	3
A	3	0	0
B	0	6	5
C	0	7	0

عدد المستقيمات المرسومة = عدد الصفوف = عدد الأعمدة = 3 توصلنا إلى الحل الأمثل
نختار الصف الذي به قيمة صفرية واحدة

قرار التعيين هو:

سامر إلى المهمة 2 طبيب عام بتكلفة = 4 دينار
عامر إلى المهمة 1 طبيب تخدير بتكلفة = 8 دينار
جاسر إلى الهمة 3 طبيب عيون بتكلفة = 7 دينار
مجموع تكلفة التعيين =4+8+7 = 19 دينار

مثال تطبيقي(6):

تسعى شركة جوال إلى تعيين ثلاثة موظفين لخدمة العملاء وهم(فرح، عمر، عمار) لإنجاز 3 وظائف وهي (مهمة تحصيل فواتير، مهمة الرد على الاستفسارات ، مهمة تعبئة الطلبات) وتكلفة تعينهم بالدينار الأردني

المطلوب: اوجد أفضل تعيين بحيث يكون اقل تكلفة ممكنة؟ باستخدام الطريقة الهنغارية؟

المهام / العمال	1 تحصيل فواتير	2 الرد على الاستفسارات	3 تعبئة الطلبات
فرح	12	13	14
عمر	10	12	10
عمار	13	13	14

الحل:

طرح اصغر رقم من كل صف

المهام / العمال	1 تحصيل فواتير	2 الرد على الاستفسارات	3 تعبئة الطلبات
فرح	0	1	2
عمر	0	2	0
عمار	0	0	1

طرح اصغر رقم من كل عمود

المهام / العمال	1 تحصيل فواتير	2 الرد على الاستفسارات	3 تعبئة الطلبات
فرح	0	1	2
عمر	0	2	0
عمار	0	0	1

التغطية بالأصفار

المهام / العمال	1 تحصيل فواتير	2 الرد على الاستفسارات	3 تعبئة الطلبات
فرح	0	1	2
عمر	0	2	0
عمار	0	0	1

عدد المستقيمات المرسومة = عدد الصفوف = عدد الأعمدة = 3 توصلنا إلى الحل الأمثل
نختار الصف الذي به قيمة صفرية واحدة

قرار التعيين هو:

فرح إلى المهمة 1 تحصيل فواتير بتكلفة = 12 دينار
عمر إلى المهمة 3 تعبئة الطلبات بتكلفة = 10 دينار
عمار إلى الهمة 2 الرد على الاستفسارات بتكلفة = 13 دينار
مجموع تكلفة التعيين =12+ 10+13 = 35 دينار

ملاحظة هامة:

إذا بدأنا في طرح الأعمدة قبل طرح الصفوف والعكس طرح الصفوف ثم طرح الأعمدة فإن الطريقة صحيحة

عندما يكون السؤال حالة تعظيم أرباح نستخدم مجموع الأرباح الناتجة عن التعيين
أما في حالة تقليل التكاليف نستخدم مجموع التكاليف الناتجة عن التعيين

الحالة الثانية : حالة تعظيم الأرباح MAX

وجود 3 مهمات إلى 3 موظفين

مثال تطبيقي(7):

ترغب شركة الوساطة للأوراق المالية التعاقد مع ثلاثة خريجين من كلية التجارة إلى تعيينهم في ثلاثة وظائف وهم(خريج الجامعة الإسلامية، خريج جامعة الأقصى، خريج جامعة الأزهر) لإنجاز 3 وظائف وهي (مدير مالي، مدير حسابات، مدير علاقات عامة) وتكلفة تعينهم بالدينار الأردني موضحة بالجدول الآتي:

<u>المطلوب:</u>

1- اوجد أفضل تعيين بحيث يكون أعلى ربح ممكن؟ باستخدام الطريقة الهنغارية؟

المهام / العمال	1 مالي	2 حسابات	3 علاقات عامة
الإسلامية	2	3	4
الأقصى	1	4	3
الأزهر	2	5	5

الحل:

يتم طرح جميع القيم من أعلى قيمة في الجدول ثم تطبق خطوات الطريقة الهنغارية = 5

جدول الأرباح الجديد هو

المهام / العمال	1 مالي	2 حسابات	3 علاقات عامة
الإسلامية	3	2	1
الأقصى	4	1	2
الأزهر	3	0	0

طرح اصغر رقم من كل صف

المهام / العمال	1 مالي	2 حسابات	3 علاقات عامة
الإسلامية	2	1	0
الأقصى	3	0	1
الأزهر	3	0	0

طرح اصغر رقم من كل عمود

المهام / العمال	1 مالي	2 حسابات	3 علاقات عامة
الإسلامية	0	1	0
الأقصى	1	0	1
الأزهر	1	0	0

تغطية الأصفار

المهام / العمال	1 مالي	2 حسابات	3 علاقات عامة
الإسلامية	0	1	0
الأقصى	1	0	1
الأزهر	1	0	0

عدد المستقيمات المرسومة = عدد الصفوف = عدد الأعمدة = 3 توصلنا إلى الحل الأمثل
نختار الصف أو العمود الذي به قيمة صفرية واحدة
قرار التعين هو: حالة تحقيق الأرباح: من جدول المعطى الأساسي نأخذ القيم:
خريج الأقصى إلى مهنة 2 مدير حسابات بتكلفة = 4 دينار
خريج الأزهر إلى مهنة 3 مدير العلاقات العامة بتكلفة = 5 دينار
خريج الإسلامية إلى مهنة 1 مدير مالي بتكلفة = 2 دينار
مجموع تكلفة التعيين التي تحقق أعلى ربح = 4+ 5+ 2 = 11 دينار
<u>نلاحظ الحل مع طريقة العد الكامل نفس القيمة ونفس الوظائف</u>

الحالة الأولى : حالة تقليل التكاليف MIN

وجود 4 مهام و 4 موظفين

مثال تطبيقي(8):

مستشفى القدس يرغب في تعيين 4 أطباء وهم (عاصم، معتصم، عصام، عصمت) لإنجاز 4 مهام وهي(طبيب بشري، طبيب أطفال، طبيب عظام، طبيب عيون).

المطلوب:

اوجد أفضل تعيين بحيث تكون التكاليف الكلية اقل ما يمكن؟ باستخدام الطريقة الهنغارية؟

المهام / العمال	1	2	3	4
A	25	17	30	22
B	15	23	31	28
C	16	12	24	20
D	27	25	34	27

الحل:

طرح اصغر رقم من كل عمود

المهام / العمال	1	2	3	4
A	10	5	6	2
B	0	11	7	8
C	1	0	0	0
D	12	13	10	7

طرح اصغر قيمة في كل صف

المهام / العمال	1	2	3	4
A	8	3	4	0
B	0	11	7	8
C	1	0	0	0
D	5	6	3	0

التغطية بالأصفار

المهام / العمال	1	2	3	4
A	8	3	4	0
B	0	11	7	8
C	1	0	0	0
D	5	6	3	0

عدد المستقيمات المرسومة =4 عدد الصفوف =4 عدد الأعمدة =4

توصلنا إلى الحل الأمثل

نختار الصف الذي به قيمة صفرية واحدة

قرار التعيين هو:

عاصم إلى المهمة 2 طبيب اطفال بتكلفة = 17 دينار

معتصم إلى المهمة 1 طبيب بشري بتكلفة = 15 دينار

عصام إلى الهمة 3 طبيب عظام بتكلفة = 24 دينار

عصمت إلى المهمة 4 طبيب عيون بتكلفة = 27 دينار

مجموع تكلفة التعيين = 17+15+24+27 = 83 دينار

مثال تطبيقي(9):

مطعم التايلاندي يرغب في تعيين 4 عمال وهم (جهاد، إياد، زياد، نهاد) لإنجاز 4 مهام وهي(محاسب، مستقبل الزبائن، محصل فواتير، مسؤول توصيل للمنازل).

المطلوب:

اوجد أفضل تعيين بحيث تكون التكاليف الكلية اقل ما يمكن؟ باستخدام الطريقة الهنغارية؟

المهام / العمال	1	2	3	4
A	20	60	50	55
B	60	30	80	75
C	80	100	90	80
D	65	80	75	70

الحل:

طرح اصغر رقم من كل عمود

المهام / العمال	1	2	3	4
A	0	30	0	0
B	40	0	30	20
C	60	70	40	25
D	45	50	25	15

طرح اصغر قيمة في كل صف

المهام / العمال	1	2	3	4
A	0	30	0	0
B	40	0	30	20
C	35	45	15	0
D	30	35	10	0

التغطية بالأصفار

المهام / العمال	1	2	3	4
A	0	30	0	0
B	40	0	30	20
C	35	45	15	0
D	30	35	10	0

عدد المستقيمات المرسومة =3 عدد الصفوف =4 عدد الأعمدة =4 الحل يحتاج إلى تحسين

تحسين الحل:

ننظر للجدول نلاحظ أن اصغر قيمة من القيم المكشوف = 10

تطرح من جميع القيم المكشوفة وتضاف إلى نقاط تقاطع المستقيمات

المهام / العمال	1	2	3	4
A	0	40	0	10
B	30	0	20	20
C	25	45	5	0
D	20	35	0	0

عدد المستقيمات المرسومة = عدد الصفوف = عدد الأعمدة = 4 توصلنا إلى الحل الأمثل
نختار الصف الذي به قيمة صفرية واحدة

قرار التعيين هو:

جهاد إلى المهمة 1 محاسب بتكلفة = 20 دينار

اياد إلى المهمة 2 مستقبل الزبائن بتكلفة = 30 دينار

زياد إلى الهمة 4 مسؤول توصيل للمنازل بتكلفة = 80 دينار

نهاد إلى المهمة 3 محصل فواتير بتكلفة = 75 دينار

مجموع تكلفة التعيين = 20+30+80+75 = 205 دينار

مثال تطبيقي(10):

يرغب مصنع العودة إلى تعيين أربعة موظفين في المصنع وهم(احمد، محمد، محمود، حمودة) لإنجاز 4 وظائف وهي مسئول عن مهمة (التصنيع، التعبئة، التغليف، الشحن) وتكلفة تعينهم بالدينار الأردني موضحة بالجدول الآتي:

المطلوب: اوجد أفضل تعيين بحيث يكون اقل تكلفة ممكنة؟ باستخدام الطريقة الهنغارية؟

المهام / العمال	1 تصنيع	2 تعبئة	3 تغليف	4 شحن
احمد	5	6	2	4
محمد	9	5	1	9
محمود	1	2	6	1
حمودة	7	6	15	12

الحل:

طرح اصغر رقم من كل عمود

المهام / العمال	1 تصنيع	2 تعبئة	3 تغليف	4 شحن
احمد	4	4	1	3
محمد	8	3	0	8
محمود	0	0	5	0
حمودة	6	4	14	11

طرح اصغر قيمة في كل صف

المهام / العمال	1 تصنيع	2 تعبئة	3 تغليف	4 شحن
احمد	3	3	0	2
محمد	8	3	0	8
محمود	0	0	5	0
حمودة	2	0	10	7

التغطية بالأصفار

المهام / العمال	1 تصنيع	2 تعبئة	3 تغليف	4 شحن
احمد	3	3	0	2
محمد	8	3	0	8
محمود	0	0	5	0
حمودة	2	0	10	7

عدد المستقيمات المرسومة =3 عدد الصفوف =4 عدد الأعمدة =4 الحل يحتاج إلى تحسين

تحسين الحل:

ننظر للجدول نلاحظ أن اصغر قيمة من القيم المكشوف = 2

تطرح من جميع القيم المكشوفة وتضاف إلى نقاط تقاطع المستقيمات

المهام / العمال	1 تصنيع	2 تعبئة	3 تغليف	4 شحن
احمد	1	3	0	0
محمد	6	3	0	6
محمود	0	2	7	0
حمودة	0	0	10	5

عدد المستقيمات المرسومة = عدد الصفوف = عدد الأعمدة = 4 توصلنا إلى الحل الأمثل
نختار الصف الذي به قيمة صفرية واحدة

قرار التعيين هو:

محمد إلى المهمة 3 التغليف بتكلفة = 1 دينار
احمد إلى المهمة 4 الشحن بتكلفة = 4 دينار
محمود إلى الهمة 1 التصنيع بتكلفة = 1 دينار
حمودة إلى المهمة 2 التعبئة بتكلفة = 6 دينار
مجموع تكلفة التعيين = 1+ 4+ 1+6= 12 دينار

الحالة الثانية : حالة تعظيم الأرباح MAX

وجود 4 مهمات إلى 4 موظفين

مثال تطبيقي(11):

مكتبة آفاق ترغب في تعيين 4 عمال وهم (عزيز، سمير، جميل، نديم) لإنجاز 4 مهام وهي (فني مطابع، بائع، مسؤول مخازن، مسؤول تصوير).

المطلوب:

اوجد أفضل تعيين بحيث تكون تحقق أعلى عائد للمكتبة؟ باستخدام الطريقة الهنغارية؟

المهام / العمال	1	2	3	4
A	80	40	50	45
B	40	70	20	25
C	20	10	10	20
D	35	20	25	30

الحل:

يتم طرح جميع القيم من أعلى قيمة في الجدول ثم تطبق خطوات الطريقة الهنغارية = 80

جدول الأرباح الجديد هو

المهام / العمال	1	2	3	4
A	0	40	30	35
B	40	10	60	55
C	60	70	70	60
D	45	60	55	50

طرح اصغر رقم من كل صف

المهام / العمال	1	2	3	4
A	0	40	30	35
B	30	0	50	45
C	0	10	10	0
D	35	10	5	0

طرح اصغر رقم من كل عمود

المهام / العمال	1	2	3	4
A	0	40	25	35
B	30	0	45	45
C	0	10	5	0
D	35	10	0	0

نغطي بالأصفار

المهام / العمال	1	2	3	4
A	0	40	25	35
B	30	0	45	45
C	0	10	5	0
D	35	10	0	0

عدد المستقيمات المرسومة = عدد الصفوف = عدد الأعمدة = 4 توصلنا إلى الحل الأمثل

نختار الصف أو العمود الذي به قيمة صفرية واحدة

قرار التعين هو:

حالة تحقيق الأرباح: من جدول المعطى الأساسي نأخذ القيم:

عزيز إلى مهمة 1 فني مطابع بتكلفة = 80 دينار

سمير إلى مهمة 2 بائع بتكلفة = 70 دينار

جميل إلى مهمة 4 مسؤول تصوير بتكلفة = 20 دينار

نديم إلى مهمة 3 مسؤول مخازن بتكلفة = 25 دينار

مجموع الأرباح الناتجة من التعيين = 80+70+20+25 = 195 دينار

مثال تطبيقي(12):

بلدية غزة ترغب في تعيين 4 عمال وهم (اشرف، شريف، شرف، مشرف) لإنجاز 4 مهام وهي (فني صيانة كهرباء، محصل فواتير، مسؤول جرد وتسوية، مراقب داخلي).

المطلوب:

اوجد أفضل تعيين بحيث تكون تحقق أعلى عائد للمكتبة؟ باستخدام الطريقة الهنغارية؟

المهام / العمال	1	2	3	4
A	800	1100	1200	300
B	500	1000	500	1000
C	500	500	300	500
D	400	300	500	300

الحل:

يتم طرح جميع القيم من أعلى قيمة في الجدول ثم تطبق خطوات الطريقة الهنغارية = 1200

جدول الأرباح الجديد هو

المهام / العمال	1	2	3	4
A	400	100	0	900
B	700	200	700	200
C	700	700	900	700
D	800	900	700	900

طرح اصغر رقم من كل صف

المهام / العمال	1	2	3	4
A	400	100	0	900
B	500	0	500	0
C	0	0	200	0
D	100	200	0	200

طرح اصغر رقم من كل عمود

المهام / العمال	1	2	3	4
A	400	100	0	900
B	500	0	500	0
C	0	0	200	0
D	100	200	0	200

نغطي بالأصفار

المهام / العمال	1	2	3	4
A	400	100	0	900
B	500	0	500	0
C	0	0	200	0
D	100	200	0	200

عدد المستقيمات المارة بالأصفار = 3 ولا يساوي عدد الصفوف والاعمدة =4

الحل يحتاج الى تحسين وذلك بطرح اكبر قيمة مكشوفة وهي 100 واضافتها الى نقاط التقاطع والتغطية بالأصفار مرة اخرى

المهام / العمال	1	2	3	4
A	300	0	0	800
B	500	0	600	0
C	0	0	300	0
D	0	100	0	100

عدد المستقيمات المرسومة = عدد الصفوف = عدد الأعمدة = 4 توصلنا إلى الحل الأمثل
نختار الصف أو العمود الذي به قيمة صفرية واحدة

قرار التعين هو:
حالة تحقيق الأرباح: من جدول المعطى الأساسي نأخذ القيم:
اشرف إلى مهمة 3 مسؤول جرد وتسوية بتكلفة = 1200 دينار
شريف إلى مهمة 2 محصل فواتير بتكلفة = 1000 دينار
شرف إلى بتكلفة مهمة 4 مراقب داخلي = 500 دينار
مشرف إلى مهمة1 فني كهربا بتكلفة = 400 دينار
مجموع الأرباح الناتجة من التعيين = 1200+1000+500+400 = 3100 دينار

مثال تطبيقي(13):

بنك فلسطين المحدود يرغب في تعيين أربعة موظفين وهم(فرح، مرح، سعد، سعيد) لإنجاز 4 مهام وهي مدير قسم (الأسهم، الودائع، الخزينة، الصرف التللر) وتكلفة تعينهم بالدينار الأردني موضحة بالجدول الآتي:

المطلوب: اوجد أفضل تعيين بحيث يكون أعلى ربح ممكن؟ باستخدام الطريقة الهنغارية؟

المهام / العمال	1 الأسهم	2 الودائع	3 الخزينة	4 الصرف
فرح	6	15	4	5
مرح	9	7	6	1
سعد	5	11	1	7
سعيد	14	18	9	10

الحل:

يتم طرح جميع القيم من أعلى قيمة في الجدول ثم تطبق خطوات الطريقة الهنجارية = 18 جدول الأرباح الجديد هو

المهام / العمال	1 الأسهم	2 الودائع	3 الخزينة	4 الصرف
فرح	12	3	14	13
مرح	9	11	12	17
سعد	13	7	17	11
سعيد	4	0	9	8

طرح اصغر رقم من كل صف

المهام / العمال	1 الأسهم	2 الودائع	3 الخزينة	4 الصرف
فرح	9	0	11	10
مرح	0	2	3	8
سعد	6	0	10	4
سعيد	4	0	9	8

طرح اصغر رقم من كل عمود

المهام / العمال	1 الأسهم	2 الودائع	3 الخزينة	4 الصرف
فرح	9	0	8	6
مرح	0	2	0	4
سعد	6	0	7	0
سعيد	4	0	6	4

نغطي بالأصفار

المهام / العمال	1 الأسهم	2 الودائع	3 الخزينة	4 الصرف
فرح	9	0	8	6
مرح	0	2	0	4
سعد	6	0	7	0
سعيد	4	0	6	4

عدد المستقيمات المرسومة =3 عدد الصفوف =4 عدد الأعمدة = 4

الحل يحتاج إلى تحسين

تحسين الحل: ننظر للقيم المكشوفة ونختار اقل رقم = 4

وتطرح من جميع القيم المكشوفة، وتضاف إلى قيم تقاطع المستقيمات

المهام / العمال	1 الأسهم	2 الودائع	3 الخزينة	4 الصرف
فرح	5	0	4	2
مرح	0	6	0	4
سعد	6	4	7	0
سعيد	0	0	2	0

عدد المستقيمات المرسومة = عدد الصفوف = عدد الأعمدة = 4 توصلنا إلى الحل الأمثل

نختار الصف أو العمود الذي به قيمة صفرية واحدة

قرار التعين هو:

حالة تحقيق الأرباح: من جدول المعطى الأساسي نأخذ القيم:

فرح إلى مهمة 2 الودائع بتكلفة = 15دينار

سعد إلى مهمة 4 الصرف بتكلفة = 7 دينار

مرح إلى مهمة 3 الخزينة بتكلفة = 6 دينار

سعيد إلى مهمة 1 الأسهم بتكلفة = 14 دينار

مجموع الأرباح الناتجة من التعيين = 15+ 7+ 6+14 = 42 دينار

مثال تطبيقي (14):

تسعى بلدية غزة لتوظيف 4 موظفين في الشركة وهم (A,B,C,D) (عمر، عمار، فرح، مرح) لإنجاز 4 مهام وهي: (مراقب عام، مهندس كهرباء، مهندس مياه، مدقق محاسب).

<u>المطلوب</u>: حدد الطريقة المستخدمة في إيجاد أفضل تعيين بحيث يحقق التعيين اكبر أرباح ناتجة عن التعيين ؟

المهام / العمال	1	2	3	4
عمر	11	7	9	4
عمار	8	12	6	15
فرح	14	7	5	13
مرح	16	10	12	8

الحل:

بما انه رباعي يفشل طريقة العد الكامل وتستخدم الطريقة الهنغارية

بما انه تعظيم أرباح يجب إجراء الخطوة التمهيدية وهي طرح اكبر قيمة في الجدول من جميع قيم الجدول وهي 16 وإنشاء جدول أرباح تعيين جديد

المهام / العمال	1	2	3	4
عمر	5	9	7	12
عمار	8	4	10	1
فرح	2	9	11	3
مرح	0	6	4	8

طرح الأعمدة

المهام / العمال	1	2	3	4
عمر	**5**	**5**	**3**	**11**
عمار	**8**	**0**	**6**	**0**
فرح	**2**	**5**	**7**	**2**
مرح	**0**	**2**	**0**	**7**

طرح الصفوف

المهام / العمال	1	2	3	4
عمر	**2**	**2**	**0**	**8**
عمار	**8**	**0**	**6**	**0**
فرح	**0**	**3**	**5**	**0**
مرح	**0**	**2**	**0**	**7**

تغطية الأصفار

العمال \ المهام	1	2	3	4
عمر	2	2	0	8
عمار	8	0	6	0
فرح	0	3	5	0
مرح	0	2	0	7

عدد المستقيمات المرسومة = عدد الصفوف = عدد الأعمدة = 4 توصلنا إلى الحل الأمثل
نختار الصف أو العمود الذي به قيمة صفرية واحدة

قرار التعين هو:
حالة تحقيق الأرباح: من جدول المعطى الأساسي نأخذ القيم:

عمر إلى مهمة 3 مهندس مياه بتكلفة = 9 دينار

عمار إلى مهمة 2 مهندس كهرباء بتكلفة = 12 دينار

مرح إلى مهمة 1 مراقب عام بتكلفة = 16 دينار

فرح إلى مهمة 4 مدقق حسابات بتكلفة = 13 دينار

مجموع الأرباح الناتجة من التعيين = 9 + 12+ 16 + 13 = 50 دينار

نموذج التعيين غير المتوازن:Unbalanced Assignment Problem

في الحياة العملية دائما يكون مشاكل التعيين غير متوازنة

التعريف: هو عندما لا يتساوى عدد الوظائف مع عدد الموظفين

ينشا نوع من عدم التوازن لنموذج التعين بمعنى(عدد الصفوف ≠ عدد الأعمدة)

حالات عدم توازن التعيين

1- عندما تكون عدد الوظائف او المهام اكبر من عدد الموظفين او العمال

(عدد الأعمدة > عدد الصفوف)

الحل: إضافة صف جديد وهمي dummy لموظف مجهول

بتكلفة تساوي صفر

<u>تبقى وظيفة شاغرة</u>

2- عندما تكون عدد الموظفين او العمال اكبر من عدد الوظائف او المهام

(عدد الصفوف > عدد الأعمدة)

الحل: إضافة عمود جديد وهمي dummy وظيفة وهمية

بتكلفة تساوي صفر

<u>يبقى موظف أو مرشح بلا وظيفة أو مهام</u>

الحالة الأولى: عدد الأعمدة > عدد الصفوف

مثال تطبيقي(15):

وازن مشكلة التعيين التالية ثم اوجد حل التعيين بحيث يحقق أعلى ربح ممكن؟

المهام / العمال	1	2	3	4
مجد	8	11	7	10
امجد	15	4	17	8
ماجد	6	3	8	19

الحل:

حل مشكلة التوازن

عدد الصفوف = 3 عدد الأعمدة = 4 النموذج غير متوازن

عدد الوظائف او المهام اكبر من عدد الموظفين او العمال

(عدد الأعمدة > عدد الصفوف)

إضافة صف جديد وهمي dummy لموظف مجهول

بتكلفة تساوي صفر

المهام / العمال	1	2	3	4
مجد	8	11	7	10
امجد	15	4	17	8
ماجد	6	3	8	19
وهمي dummy	0	0	0	0

الخطوة التمهيدية هي طرح اكبر قيمة في الجدول من باقي قيم ذلك الجدول وإنشاء جدول جديد معدل للتعيين

وهي هنا اكبر قيمة = 19

المهام / العمال	1	2	3	4
مجد	**11**	**8**	**12**	**9**
امجد	**4**	**15**	**2**	**11**
ماجد	**13**	**16**	**11**	**0**
dummy وهمي	**0**	**0**	**0**	**0**

طرح اصغر عدد من كل صف

المهام / العمال	1	2	3	4
مجد	**3**	**0**	**4**	**1**
امجد	**2**	**13**	**0**	**9**
ماجد	**13**	**16**	**11**	**0**
dummyوهمي	**0**	**0**	**0**	**0**

تغطية الأصفار

المهام / العمال	1	2	3	4
مجد	3	0	4	1
امجد	2	13	0	9
ماجد	13	16	11	0
وهميdummy	0	0	0	0

عدد المستقيمات المرسومة = عدد الصفوف = عدد الأعمدة = 4 توصلنا إلى الحل الأمثل

نختار الصف الذي به قيمة صفرية واحدة

قرار التعيين هو:

مجد إلى مهمة 2 بتكلفة = 11 دينار

امجد إلى مهمة 3 بتكلفة = 17 دينار

ماجد إلى مهمة 4 بتكلفة = 19 دينار

مجموع الأرباح الناتجة من التعيين = 11+17+19 = 47 دينار

بقيت المهمة 1 شاغرة

ملاحظات:

عندما يكون نموذج التعيين غير متوازن يتم استثناء خطوة من خطوات الطريقة الهنغارية

حالة الأعمدة اكبر من الصفوف تبقى وظيفة شاغرة

تستثنى خطوة طرح الأعمدة لأنها بها صف وهمي جميع قيمة أصفار

حالة الصفوف اكبر من الأعمدة بقى موظف بلا وظيفة

وتستثنى خطوة طرح الصفوف لأنها بها عمود وهمي جميع قيمه أصفار

الحالة الثانية: عدد الصفوف > عدد الأعمدة

مثال تطبيقي(16):

وازن مشكلة التعيين التالية ثم اوجد حل التعيين بأقل تكلفة ممكنة.

المهام / العمال	1	2	3
مجد	2	3	5
امجد	4	6	3
ماجد	3	2	5
مجدي	1	4	9

الحل:

عدد الصفوف = 4 عدد الأعمدة = 3 النموذج غير متوازن

عدد الموظفين او العمال اكبر من عدد الوظائف او المهام

(عدد الصفوف > عدد الأعمدة)

إضافة عمود جديد وهمي dummy وظيفة وهمية

بتكلفة تساوي صفر

المهام / العمال	1	2	3	Dummy
مجد	2	3	5	0
امجد	4	6	3	0
ماجد	3	2	5	0
مجدي	1	4	9	0

طرح اصغر رقم من كل عمود

المهام / العمال	1	2	3	Dummy
مجد	1	1	2	0
امجد	3	4	0	0
ماجد	2	0	2	0
مجدي	0	2	6	0

تغطية بالأصفار

المهام / العمال	1	2	3	Dummy
مجد	1	1	2	0
امجد	3	4	0	0
ماجد	2	0	2	0
مجدي	0	2	6	0

عدد المستقيمات المرسومة = عدد الصفوف = عدد الأعمدة = 4 توصلنا إلى الحل الأمثل

نختار الصف الذي به قيمة صفرية واحدة

قرار التعيين هو:

مجد إلى مهمة 4 الوهمية بتكلفة = صفر ليس له مهمة

امجد إلى مهمة 3 بتكلفة = 3 دينار

ماجد إلى مهمة 2 بتكلفة = 2 دينار

مجدي إلى مهمة 1 بتكلفة = 1 دينار

مجموع تكاليف التعيين = 3+ 2 + 1 = 6 دينار

الحالات الخاصة من مشاكل التعيين:

عدم التوازن unbalanced assignment problem

عدد الصفوف لا يساوي عدد الأعمدة

إما عدد الصفوف اكبر من عدد الأعمدة أو عدد الأعمدة اكبر من عدد الصفوف

الامثلة الشاملة

السؤال الأول:

مصنع سرايو الوادية يرغب في تعيين 3 عمال وهم (سعيد، سعد ، مسعود) لإنجاز 3 مهام وهي(فني صيانة، فني تغليف، فني تعبئة).

المطلوب:

اوجد أفضل تعيين بحيث تكون التكاليف الكلية اقل ما يمكن؟ ويحقق اعلى ربح ممكن؟ باستخدام العد الكامل؟

المهام / العمال	1	2	3
A	15	14	8
B	4	9	7
C	7	2	9

السؤال الثاني:

مطبعة الأنوار حصلت على عطاء بطباعة 3 كتب وتمتلك 3 ماكينات للطباعة، ولديها 3 عمال وهم (جواد، جودت، جود)

المطلوب:

اوجد أفضل توزيع للمهام بحيث تكون اقل ساعات عمل؟ باستخدام الطريقة الهنغارية

المهام / العمال	1	2	3
A	10	6	9
B	7	5	6
C	6	3	7

السؤال الثالث:

تسعى شركة جوال للتوظيف في الشركة (سعيد، مسعود، ديمة، دينا) للمهام وهي:

(مراقب، محاسب قانوني، مدير مالي، مدير إداري).

المطلوب: حدد الطريقة المستخدمة في إيجاد أفضل تعيين بحيث يحقق التعيين أفضل أرباح ناتجة عن التعيين ؟

المهام / العمال	1	2	3	4
سعيد	20	16	18	23
مسعود	17	11	15	14
ديمة	25	19	21	17
دينا	23	16	14	23

السؤال الرابع:

تسعى شركة جوال لتوظيف 4 موظفين في الشركة وهم (A,B,C,D) (سعيد، مسعود، ديمة، دينا) للإنجاز 4 مهام وهي: (محصل فواتير، محاسب، مدير مالي، مدير إدارة التأمين).

المطلوب: حدد الطريقة المستخدمة في إيجاد أفضل تعيين بحيث يحقق التعيين اقل تكلفة ناتجة عن التعيين ؟

المهام / العمال	1	2	3	4
سعيد	10	6	8	3
مسعود	7	11	5	14
ديمة	13	6	4	12
دينا	15	9	11	7

السؤال الخامس:

مطبعة شبير ترغب في تعيين 5 عمال وهم (مرام، مريم، حمدان، سلمان، سليمان) لإنجاز 5 مهام وهي طباعة خمس كتب(كراسات رسم، نوته محاضرات، دفتر تليفونات، دفاتر مدرسية، كروت أعراس)

اوجد أفضل توزيع للمهام بحيث تكون اقل تكلفة ممكنة؟ باستخدام الطريقة الهنغارية

المهام / العمال	1	2	3	4	5
A	10	6	9	12	8
B	7	5	6	6	11
C	6	3	7	8	13
D	4	8	12	16	13
E	4	6	8	10	12

الفصل الثامن

نماذج شبكة الأعمال وإدارة المشاريع
Net Work Model & Project Management

مقدمة:

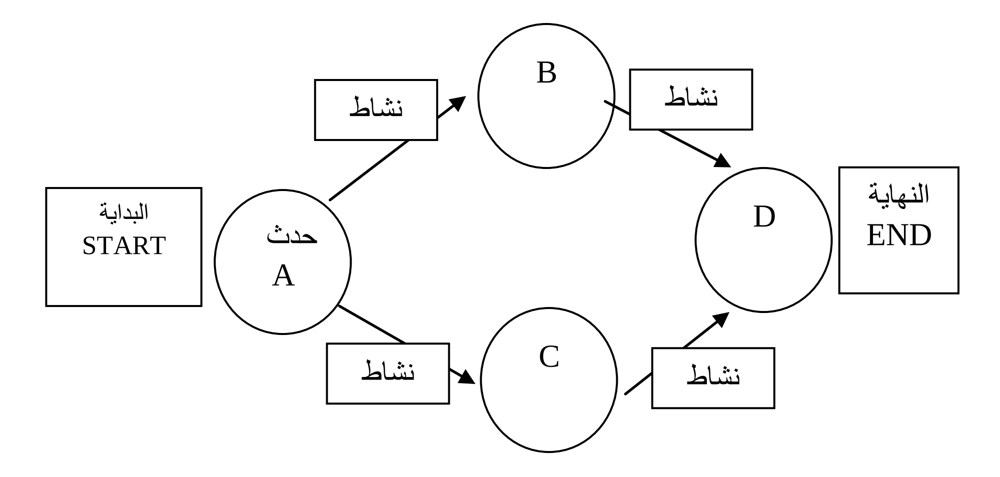
تعتبر شبكة الأعمال تحديد تسلسل أمثل للأعمال الفرعية لعمل معين والتي تجعل كل من الوقت الكلي والعائد الكلي لإنجاز أفضل ما يمكن وهو ما تحدده نماذج التتابع.

مفهوم شبكة الأعمال:

هي عبارة عن مجموعة من الأعمال والخطوط والنقاط ويتم توصيلها مع بعضها البعض.

وتسمى النقاط NODES بالأحداث ويعبر عنها بدائرة ◯ أو مربع ☐

وتسمى الخطوط ARCS بالأنشطة ويعبر عنها بخطوط واسهم مستقيمة ⟶



تعريف شبكة الأعمال:

هي مخطط لسير العمليات من بداية المشروع حتى نهاية المشروع ضمن تسلسل زمني محدد.

آلية عمل شبكة الأعمال:

تهتم النماذج الديناميكية بمعالجة المشاكل ذات الطبيعة المتغيرة مع الزمن بالاعتماد على مبدأ الامثلية والذي ينص على أن الحل الأمثل:

يتكون من سلسة من الحول المثلى المتتابعة بمعنى أن أي حل يؤثر على الحلول التالية.

ويتم تقسيم المشروع إلى عدة مراحل للتنفيذ بحيث تكون هذه المراحل متتابعة ومتسلسلة زمنياً ومنطقياً بحيث يكون لكل نشاط أو مرحلة نشاطاً سابقاً له (باستثناء نقطة البداية)، وكذلك لكل نشاط أو مرحلة نشاطاً لاحقاً له (باستثناء نقطة النهاية)

وباستخدام شبكات الأعمال يمكن حساب الزمن المتوقع لإنجاز مشروع ما.

الكيفية المتبعة في استخدام شبكة الأعمال:

1. تقسيم المشكلة قيد الدراسة إلى مشاكل جزئية بسيطة ومتتابعة وإيجاد حل امثل لكل من هذه المشاكل الجزئية.
2. ربط الحلول المثلى مع بعضها البعض بطريقة مناسبة تعطي حل امثل للمشكلة ككل.

مكونات شبكة الأعمال:

1. نشاط البداية الحدث الأول للشبكة EVENT
2. نشاط النهاية END
3. مجموعة أنشطة متتالية (أحداث متعاقبة متتابعة) كل حدث مبني على الحدث السابق له مباشرة
4. مجموعة أحداث متزامنة متوازية لأي حدثين متوازيين يحدثان في نفس الوقت وتسمى سلسلة CHAIN
5. المسار محدد البداية والنهاية

شروط بناء شبكة الأعمال:

1. تحديد نشاط البداية
2. تحديد تسلسل الأنشطة بحيث يربط كل نشاط ونشاط لاحق له بخط مستقيم سهم ←
3. تحديد أنشطة متزامنة متتابعة لنشاط معين وتمثيل كل نشاط في دائرة ○
4. تحديد نشاط النهاية
5. وضع الأهداف ضمن دوائر وتوصيلها بخطوط واسهم حسب تتابعها

ما هي الفائدة المرجوة من بناء شبكة الأعمال؟

توقع الزمن اللازم لانجاز المشروع أو إنهاء جزء من أجزائه وذلك:

من أجل السيطرة على سير عمل المشروع.

ما هي خطوات استخدام إدارة المشاريع؟

1. التعريف بالمشروع
2. تطوير العلاقات بين نشاطات المشروع
3. رسم شبكة الأعمال برسم يربط جميع النشاطات مع بعضها البعض
1. تعيين الوقت والتكلفة اللازمة لكل نشاط على حده
2. حساب أطول وقت للمسار وهو المسار الحرج
3. استخدام شبكة الأعمال يساعد المدير التنفيذي للمشروع على التخطيط والتنظيم والتوجيه والرقابة والتحكم بسير أعمال المشروع.

كيفية حساب الزمن المتوقع للمشروع في شبكة الأعمال؟

1- طريقة المسار الحرج The Critical Path Method = CPM

2- تقييم ومراجعة المشروع أسلوب بيرت PERT Method

Program Evaluation & Review Technique = PER

قارن بين المسارح الحرج وأسلوب بيرت؟

وجه	CPM	PERT
التعريف	هو أطول مسارات الشبكة زمناً وهو المسار الذي يحتاج أطول مده زمنية لإنجازه.	تقييم ومراجعة المشروع أسلوب بيرت التقني والحديث
مجال الاستخدام	المعلومات تكون مؤكدة في شبكة الأعمال	المعلومات تكون غير مؤكدة احتمالية في شبكة الأعمال
الخبرة	يستخدم في المشاريع القديمة ذات خبرة عالية	يستخدم في المشاريع الحديثة فقط والتي تقل فيها الخبرة
إداريا	إداريا يستخدم في الرقابة	إداريا يستخدم في التخطيط
طريقة حسابه	يتم حساب الأزمنة المبكرة والمتأخرة باستخدام القوانين الحسابية	يتم حساب الأزمنة المتوقعة التفاؤلي الأكثر احتمالا التشاؤمي باستخدام القانون
شيوعه	اكثر شيوعا	اقل شيوعا

إرشادات هامة عند البدء برسم شبكة أعمال :

الحدث الأول دائما هو البداية والحدث النهائي ليس شرطا أن يكون الأخير

عدد الأسهم يتم معرفته من عدد الارتباطات للأنشطة السابقة

عدد الأحداث تكون هي عدد المربعات المرسومة بالشبكة

يتم تتبع الأزمنة على الشبكة بالتراكم

آخر حدث: زمن الانجاز المبكر يحدد قيمة المسار الحرج وقرار متى يتم تسليم المشروع

طريقة المسار الحرج The Critical Path

تعريف المسار الحرج:

هو أطول مسارات الشبكة زمناً وهو المسار الذي يحتاج أطول مده زمنية لإنجازه.

تعريف المسار:

هو النشاطات المتعاقبة من بداية الشبكة حتى نهايتها.

طرق إيجاد المسار الحرج:

1- حساب كل المسارات وتحديد المسار الحرج الأطول زمناً

2- حساب الأزمنة المبكرة والأزمنة المتأخرة لنشاطات المشروع.

حساب أزمنة المشروع:

1- زمن البدء المبكر للحدث: Earliest Start Time (ES)

هو الزمن الذي نستطيع أن نبدأ العمل بالحدث في أحسن الأحوال

وهو اكبر وقت يمكن أن يبدأ العمل بتنفيذه في انجاز المشروع

= مجموع الأزمنة السابقة لكل نشاط

= زمن الانجاز المبكر للحدث السابق

2- زمن الانجاز المبكر للحدث: Earliest Finish Time (EF)

هو زمن الانتهاء من الحدث في أحسن الأحوال

وهو اكبر وقت يمكن انجاز العمل فيه

= زمن البدء المبكر للحدث + زمن الحدث الأصلي

= زمن البدء المبكر للحدث + زمن النشاط نفسه (معطى)

= زمن البدء المبكر للحدث التالي

3- زمن البدء المتأخر للحدث: Latest Start Time (LS)

هو الزمن الذي نستطيع أن نبدأ العمل بالحدث في أسوء الأحوال

وهو أخر وقت يمكن أن يبدأ العمل بتنفيذه دون أن يؤثر على وقت انجاز العمل

= زمن الانجاز المتأخر – زمن الحدث نفسه (معطى)

4- زمن الانجاز المتأخر للحدث: Latest Finish Time (LF)

هو زمن الانتهاء من الحدث في أسوء الأحوال

وهو آخر وقت يمكن انجاز المشروع فيه من غير تأخير انجاز المشروع

وهو الزمن الاحتياطي المتاح للحدث

= زمن البدء المتأخر للحدث اللاحق

= زمن الانجاز المبكر لنفس الحدث

5- الزمن الفائض: Slake Time

الزمن الزائد عن الحاجة لإنجاز المشروع

ويكون موجب أو صفر ولا يعقل أن يكون زمن بالسالب

= زمن البدء المتأخر – زمن البد المبكر

= زمن الانجاز المتأخر – زمن الانجاز المبكر

ملاحظات هامة:

إذا كان حدثين يعطيان حدث آخر فان:

- **زمن البدء المبكر لذلك الحدث = زمن الانجاز الأكبر لهذين الحدثين(اكبر نشاط)**
- **زمن الانجاز المتأخر = الزمن الأقل لهذين الحدثين (اقل نشاط)**
- **النشاط الأول الزمن المبكر له دائما صفر**

زمن الحث المعطى	**رمز الحدث**
زمن الانجاز المبكر	**زمن البدء المبكر**
زمن الانجاز المتأخر	**زمن البدء المتأخر**

عند حساب الأزمنة المبكرة نبدأ من الاتجاه السهم ونبدأ من البداية ونجمع ←

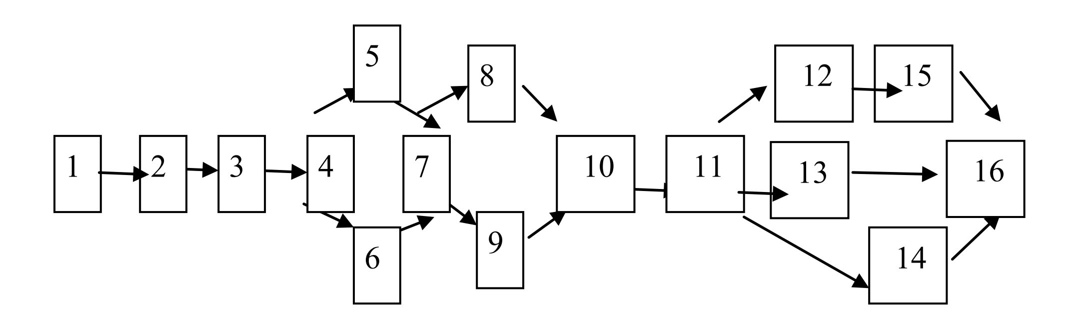
عند حساب الأزمنة المتأخرة نعكس اتجاه السهم ونبدأ من النهاية ونطرح →

زمن الانجاز المبكر للحدث= **زمن البدء المبكر للحدث + الزمن المتوقع للحدث**	**Forward**	**EF = ES +T**
زمن البدء المتأخر للحدث= **زمن الانجاز المتأخر للحدث – الزمن المتوقع للحدث**	**Backward**	**LS = LF -T**

مثال توضيحي:

كون شبكة أعمال للمشروع الأتي لبناء فيلا سكنية:

النشاط	الوصف	النشاط السابق
1	شراء الأرض	-
2	عمل مخطط	1
3	شق الأساسات	2
4	بناء الأعمدة	3
5	بناء جدران	4
6	بناء السقف	4
7	عمل تقسيمات داخلية	5,6
8	توصيلات كهربائية	7
9	تمديدات مياه ومجاري	7
10	قصارة السقف والجدران	8,9
11	تركيب بلاط وسيراميك	10
12	تركيب أبواب وشبابيك	11
13	طلاء خارجي	11
14	طلاء داخلي	11
15	طلاء الأبواب	12
16	التشطيبات النهائية	15,13,14


1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16

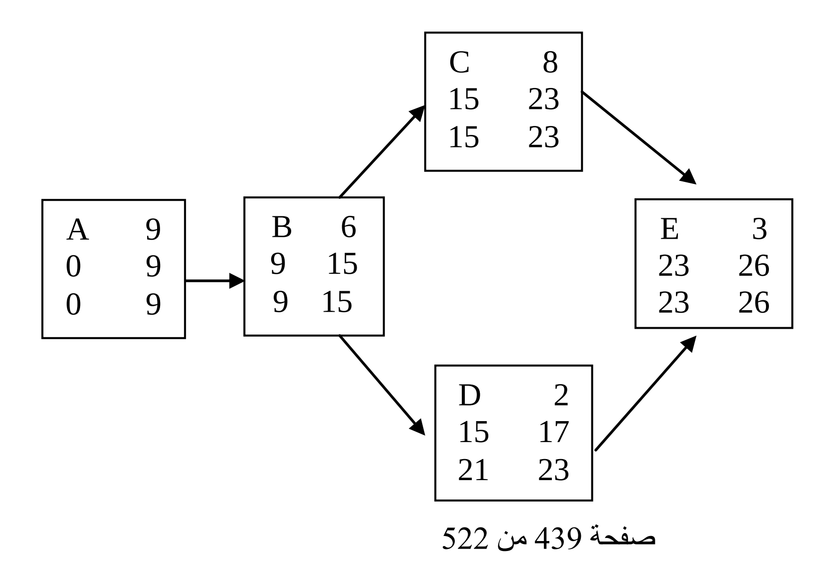
مثال تطبيقي(1):

تقوم شركة السقا والخضري بدراسة خط سير أعمال مشروع بناء ثلاثة أبراج في مدينة غزة في حي النصر ، من خلال جدول الأعمال الآتي:

الزمن بالأشهر	النشاط	الوصف	النشاط
9	–	تنظيف الموقع وحفر الأساس	A
6	A	صب الأساس	B
8	B	وضع الأعمدة و صب الادوار	C
2	B	البناء	D
3	C,D	التشطيبات النهائية	E

<u>المطلوب:</u>

ارسم شبكة الأعمال؟ المسار الحرج؟ حد الزمن البدء المبكر والنهاية المبكرة، البداية المتأخرة، النهاية المتأخرة، الزمن الفائض ؟



النشاط	الزمن بالأشهر	زمن البدء المبكر	زمن النهاية المبكرة	زمن البداية المتأخرة	زمن النهاية المتأخرة	الزمن الفائض
A	9	0	9	0	9	0
B	6	9	15	9	15	0
C	8	15	23	15	23	0
D	2	15	17	21	23	6
E	3	23	26	23	26	0

	المسار	الزمن	القيمة
1	A,B,C,E	9+6+8+3	26
2	A,B,D,E	9+6+2+3	20

المسار الحرج هو الأطول زمنا 26 شهرا

A,B,C,E	9+6+8+3	26

نقوم بحساب الوقت لفائض للمسار = المسار الحرج – زمن المسار

الوقت الفائض	المسار الحرج – زمن المسار	المسار	
0	**26-26**	**A,B,C,E**	**1**
6	**26-20**	**A,B,D,E**	**2**

القرار : يتم تسليم المشروع بعد 26 شهرا

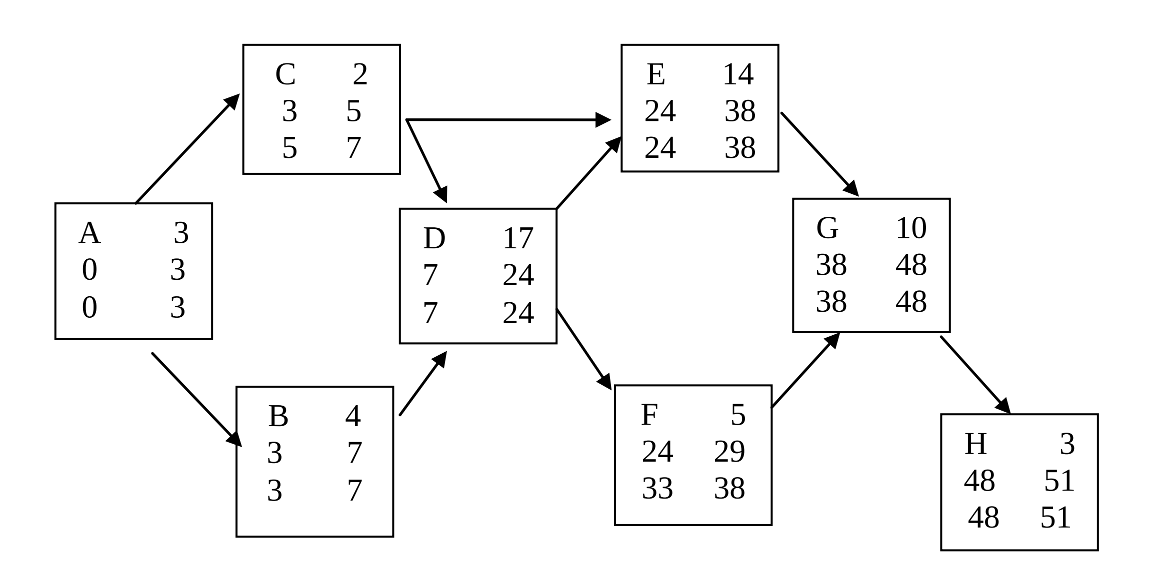
مثال تطبيقي(2):

تقوم شركة CCC بدراسة خط سير أعمال مشروع ترميم لمدينة غزة ، من خلال جدول الأعمال الآتـي:

النشاط	الوصف	النشاط	الزمن بالأشهر
A	تجريف وحفر	-	3
B	شراء المواد	A	4
C	وضع الاساسات	A	2
D	اقامة مباني	B,C	17
E	تمديد مياه وكهرباء	C,D	14
F	تشطيبات نهائية	D	5
G	دهان وطراشة	E,F	10
H	ديكور وجبص	G	3

المطلوب:

ارسم شبكة الأعمال؟ المسار الحرج؟ حد الزمن البدء المبكر والنهاية المبكرة، البداية المتأخرة، النهاية المتأخرة، الزمن الفائض ؟



النشاط	الزمن بالأشهر	زمن البدء المبكر	زمن النهاية المبكرة	زمن البداية المتأخرة	زمن النهاية المتأخرة	الزمن الفائض
A	**3**	**0**	**3**	**0**	**3**	**0**
B	**4**	**3**	**7**	**3**	**7**	**0**
C	**2**	**3**	**5**	**5**	**7**	**2**
D	**17**	**7**	**24**	**7**	**24**	**0**
E	**14**	**24**	**38**	**24**	**38**	**0**
F	**5**	**24**	**29**	**33**	**38**	**9**
G	**10**	**38**	**48**	**38**	**48**	**0**
H	**3**	**48**	**51**	**48**	**51**	**0**

القيمة	الزمن	المسار	
32	3+2+14+10+3	A,C,E,G,H,	1
49	3+2+17+14+10+3	A,C,D,E,G,H	2
40	3+2+17+5+10+3	A,C,D,F,G,H	3
51	3+4+17+14+10+3	A,B,D,E,G,H	4
42	3+4+17+5+10+3	A,B,D,F,G,H	5

المسار الحرج هو الأطول زمنا 51 شهرا

51	3+4+17+14+10+3	A,B,D,E,G,H

نقوم بحساب الوقت لفائض للمسار = المسار الحرج – زمن المسار

الوقت الفائض	المسار الحرج – زمن المسار	المسار	
19	51 – 32	A,C,E,G,H,	1
2	51 - 49	A,C,D,E,G,H	2
11	51 - 40	A,C,D,F,G,H	3
0	51 - 51	A,B,D,E,G,H	4
9	51 - 42	A,B,D,F,G,H	5

القرار : يتم تسليم المشروع بعد 51 شهر

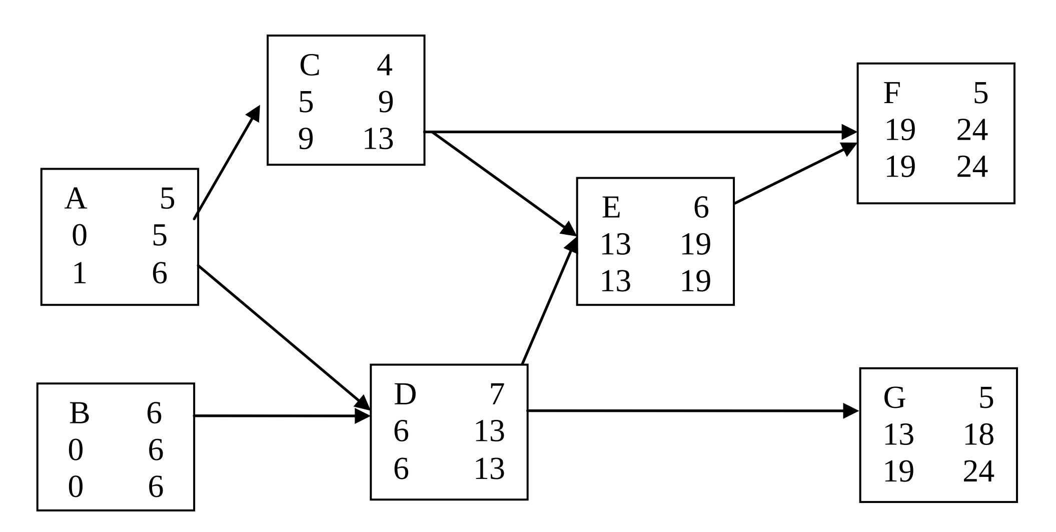
مثال تطبيقي(3):

تقوم مؤسسة UNDP بدراسة خط سير أعمال مشروع البني التحتية لترميم جسر وادي غزة ، من خلال جدول الأعمال الآتي:

النشاط	الوصف	النشاط	الزمن بالأشهر
A	إعداد تقارير جدوى فنية	-	5
B	تنظيف الموقع وحفر الأساس	-	6
C	صب الأساس	A	4
D	وضع الأعمدة و المصدات	A,B	7
E	البناء	C,D	6
F	رصف الشارع وترتيبه	E,C	5
G	التجريب والفحص النهائي	D	5

المطلوب:

ارسم شبكة الأعمال؟ المسار الحرج؟ حد الزمن البدء المبكر والنهاية المبكرة، البداية المتأخرة، النهاية المتأخرة، الزمن الفائض ؟



النشاط	الزمن بالأشهر	زمن البدء المبكر	زمن النهاية المبكرة	زمن البداية المتأخرة	زمن النهاية المتأخرة	الزمن الفائض
A	5	0	5	1	6	1
B	6	0	6	0	6	0
C	4	5	9	9	13	4
D	7	6	13	6	13	0
E	6	13	19	13	19	0
F	5	19	24	19	24	0
G	5	13	18	19	24	6

القيمة	الزمن	المسار	
14	5+4+5	A,C,F	1
20	5+4+6+5	A,C,E,F	2
23	5+7+6+5	A,D,E,F	3
17	5+7+5	A,D,G	4
24	6+7+6+5	B,D,E,F	5
18	6+7+5	B,D,G	6

المسار الحرج هو الأطول زمنا 24 شهرا

24	6+7+6+5	B,D,E,F

نقوم بحساب الوقت لفائض للمسار = المسار الحرج – زمن المسار

الوقت الفائض	المسار الحرج – زمن المسار	المسار	
10	24 - 14	A,C,F	1
4	24 - 20	A,C,E,F	2
1	24 – 23	A,D,E,F	3
7	24 - 17	A,D,G	4
0	24 - 24	B,D,E,F	5
6	24 - 18	B,D,G	6

القرار : يتم تسليم المشروع بعد 24 شهرا

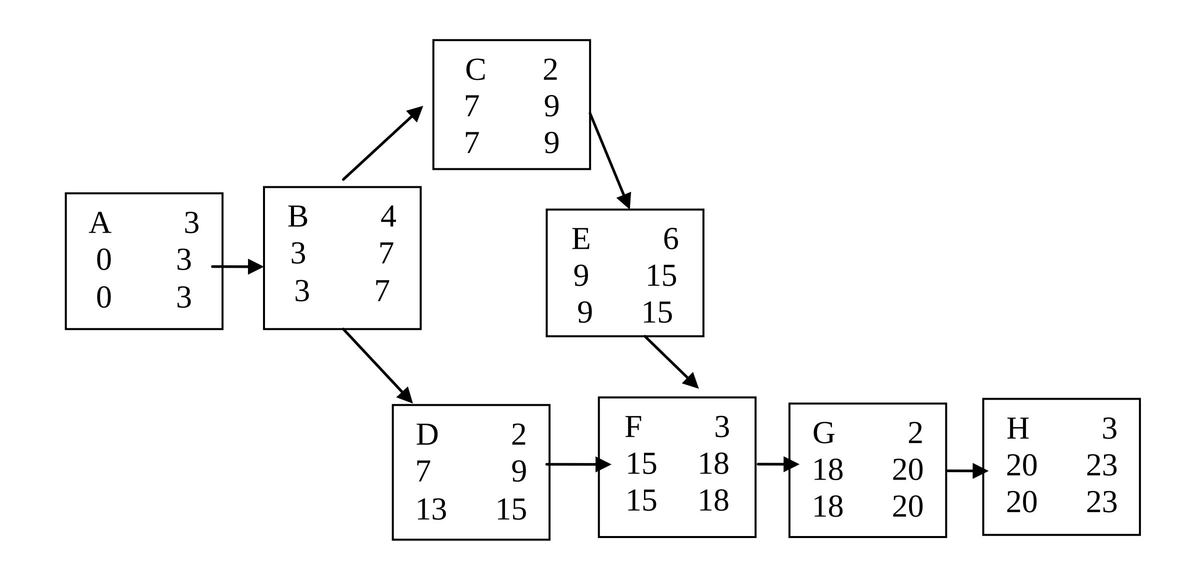
مثال تطبيقي(4)

مصنع العودة قرر فتح له مصنع آخر في المدينة الصناعية في جمهورية مصر العربية ويوضح بالجدول التالي:

النشاط	الوصف	النشاط	الزمن بالأشهر
A	إعداد تقارير جدوى فنية	-	3
B	تنظيف الموقع وحفر الأساس	A	4
C	صب الأساس	B	2
D	شراء المكائن	B	2
E	البناء	C	6
F	تدريب الفنين	D,E	3
G	نصب المكائن	F	2
H	الإنتاج التجريبي والفحص	G	3

المطلوب:

ارسم شبكة الأعمال؟ المسار الحرج؟ حد الزمن البدء المبكر والنهاية المبكرة، البداية المتأخرة، النهاية المتأخرة، الزمن الفائض ؟



النشاط	الزمن بالأشهر	زمن البدء المبكر	زمن النهاية المبكرة	زمن البداية المتأخرة	زمن النهاية المتأخرة	الزمن الفائض
A	**3**	**0**	**3**	**0**	**3**	**0**
B	**4**	**3**	**7**	**3**	**7**	**0**
C	**2**	**7**	**9**	**7**	**9**	**0**
D	**2**	**7**	**9**	**13**	**15**	**6**
E	**6**	**9**	**15**	**9**	**15**	**0**
F	**3**	**15**	**18**	**15**	**18**	**0**
G	**2**	**18**	**20**	**18**	**20**	**0**
H	**3**	**20**	**23**	**20**	**23**	**0**

القيمة	الزمن	المسار	
23	3+4+2+6+3+2+3	A,B,C,E,F,G,H	1
17	3+4+2+3+2+3	A,B,D,F,G,H	2

المسار الحرج هو الأطول زمنا 23 شهرا

23	3+4+2+6+3+2+3	A,B,C,E,F,G,H

نقوم بحساب الوقت لفائض للمسار = المسار الحرج – زمن المسار

الوقت الفائض	المسار الحرج – زمن المسار	المسار	
0	23 - 23	A,B,C,E,F,G,H	1
6	23 - 17	A,B,D,F,G,H	2

القرار : يتم تسليم المشروع بعد 23 شهرا

مثال تطبيقي(5):

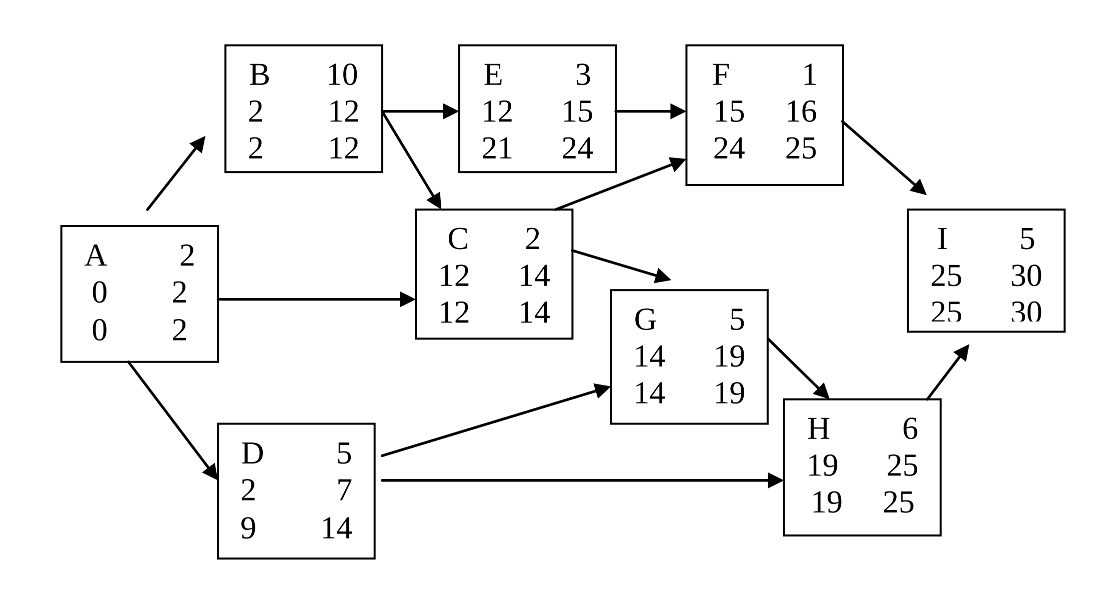
إليك جدول أعمال مشروع:

تقوم بلدية غزة بدراسة خط سير أعمال مشروع، من خلال جدول الأعمال الآتي:

النشاط	النشاط السابق	الزمن بالأسابيع
A	-	2
B	A	10
C	A,B	2
D	A	5
E	B	3
F	E,C	1
G	D,C	5
H	G,D	6
I	F,H	5

المطلوب:

ارسم شبكة الأعمال؟ المسار الحرج؟ حد الزمن البدء المبكر والنهاية المبكرة، البداية المتأخرة، النهاية المتأخرة، الزمن الفائض ؟



النشاط	الزمن بالأسابيع	زمن البدء المبكر	زمن الانجاز المبكر	زمن البدء المتأخر	زمن الانجاز المتأخر	الزمن الفائض
A	**2**	**0**	**2**	**0**	**2**	**0**
B	**10**	**2**	**12**	**2**	**12**	**0**
C	**2**	**12**	**14**	**12**	**14**	**0**
D	**5**	**2**	**7**	**9**	**14**	**7**
E	**3**	**12**	**15**	**21**	**24**	**9**
F	**1**	**15**	**16**	**24**	**25**	**9**
G	**5**	**14**	**19**	**14**	**19**	**0**
H	**6**	**19**	**25**	**19**	**25**	**0**
I	**5**	**25**	**30**	**25**	**30**	**0**

القيمة	الزمن	المسار	
21	2+10+3+1+5	A , B,E,F,I	1
20	2+10+2+1+5	A,B,C,F, I	2
30	2+10+2+5+6+5	A, B, C, G,H,I	3
10	2+2+1+5	A, C, F, I	4
20	2+2+5+6+5	A,C, G,H, I	5
23	2+5+5+6+5	A,D,G,H,I	6
18	2+5+6+5	A,D,H,I	7

المسار الحرج هو الأطول زمنا 30 أسبوع

30	2+10+2+5+6+5	A, B, C, G,H,I

نقوم بحساب الوقت لفائض للمسار = المسار الحرج – زمن المسار

الوقت الفائض	المسار الحرج – زمن المسار	المسار	
9	30 – 21	A , B,E,F,I	1
10	30 – 20	A,B,C,F, I	2
0	30 – 30	A, B, C, G,H,I	3
20	30 – 10	A, C, F, I	4
10	30 – 20	A,C, G,H, I	5
7	30 – 23	A,D,G,H,I	6
12	30 – 18	A,D,H,I	7

القرار : يتم تسليم المشروع بعد 30 أسبوع

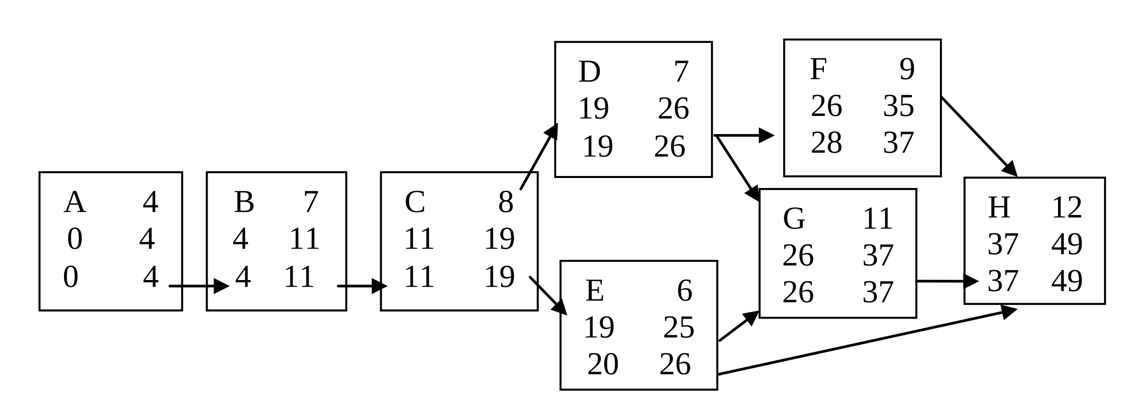
مثال تطبيقي(6):

إليك جدول أعمال مشروع: تقوم شركة هندسية خط سير أعمال مشروع، من خلال جدول الأعمال الآتـي:

النشاط	النشاط السابق	الزمن بالأسابيع
A	-	4
B	A	7
C	B	8
D	C	7
E	C	6
F	D	9
G	D,E	11
H	E,F,G	12

المطلوب:

ارسم شبكة الأعمال؟ المسار الحرج؟ حد الزمن البدء المبكر والنهاية المبكرة، البداية المتأخرة، النـهاية المتأخرة، الزمن الفائض؟



النشاط	الزمن بالأسابيع	زمن البدء المبكر	زمن الانجاز المبكر	زمن البدء المتأخر	زمن الانجاز المتأخر	الزمن الفائض
A	4	0	4	0	4	0
B	7	4	11	4	11	0
C	8	11	19	11	19	0
D	7	19	26	19	26	0
E	6	19	25	20	26	1
F	9	26	35	28	37	2
G	11	26	37	26	37	0
H	12	37	49	37	49	0

	المسار	الزمن	القيمة
1	A,B,C,C,D,F,H	4+7+8+7+9+12	47
2	A,B,C,D,G,H	4+7+8+7+11+12	49
3	A,B,C,E,G,H	4+7+8+6+11+12	48
4	A,B,C,E,H	4+7+8+6+12	37

المسار الحرج هو الأطول زمنا 49 أسبوع

A,B,C,D,G,H	4+7+8+7+11+12	49

نقوم بحساب الوقت لفائض للمسار = المسار الحرج – زمن المسار

الوقت الفائض	المسار الحرج – زمن المسار	المسار	
2	49 – 47	A,B,C,C,D,F,H	1
0	49 – 49	A,B,C,D,G,H	2
1	49 – 48	A,B,C,E,G,H	3
12	49 – 37	A,B,C,E,H	4

القرار : يتم تسليم المشروع بعد 49 أسبوع

مثال تطبيقي(7):

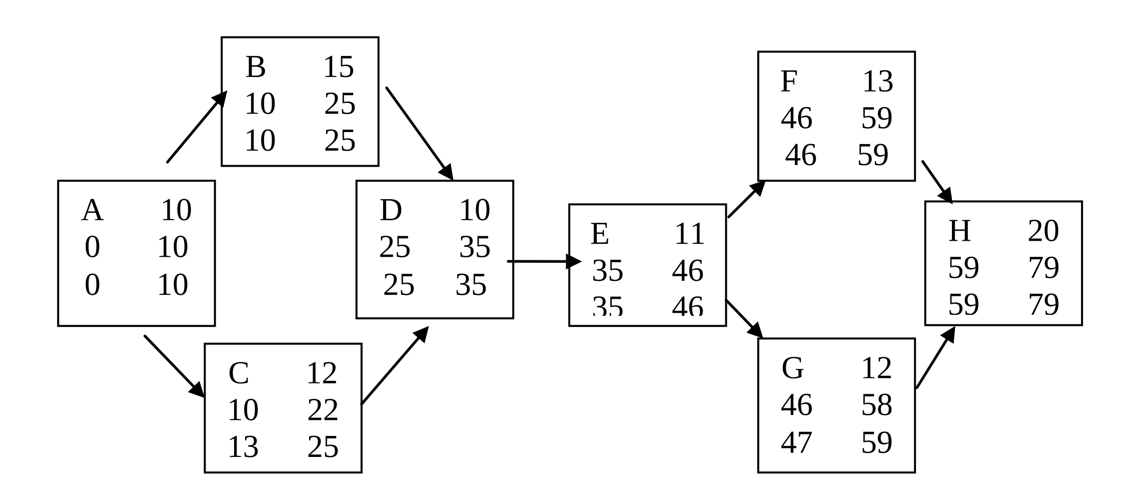
إليك جدول أعمال مشروع:

تقوم شركة السقا والخضري للمقاولات بناء لمراقبة خط سير أعمال مشروع، من خلال جدول الأعمال الآتي:

النشاط	النشاط السابق	الزمن بالأسابيع
A	-	10
B	A	15
C	A	12
D	B,C	10
E	D	11
F	E	13
G	E	12
H	F,G	20

المطلوب: ارسم شبكة الأعمال؟ المسار الحرج؟ حد الزمن البدء المبكر والنهاية المبكرة، البداية المتأخرة، النهاية المتأخرة، الزمن الفائض ؟

النشاط	الزمن بالأسابيع	زمن البدء المبكر	زمن الانجاز المبكر	زمن البدء المتأخر	زمن الانجاز المتأخر	الزمن الفائض
A	10	0	10	10	10	0
B	15	10	25	10	25	0
C	12	10	22	13	25	3
D	10	25	35	25	35	0
E	11	35	46	35	46	0
F	13	46	59	46	59	0
G	12	46	58	47	59	1
H	20	59	79	59	79	0



المسار الحرج هو الأطول زمنا 79 أسبوع

	المسار	الزمن	القيمة
1	A,B,D,E,F,H	10+15+10+11+13+20	79
2	A,B,D,E,G,H	10+15+10+11+12+20	78
3	A,C,D,E,F,H	10+12+10+11+13+20	76
4	A,C,D,E,G,H	10+12+10+11+12+20	75

A,B,D,E,F,H	10+15+10+11+13+20	79

نقوم بحساب الوقت لفائض للمسار = المسار الحرج – زمن المسار

	المسار	المسار الحرج – زمن المسار	الوقت الفائض
1	A,B,D,E,F,H	79 - 79	0
2	A,B,D,E,G,H	79 - 78	1
3	A,C,D,E,F,H	79 - 76	3
4	A,C,D,E,G,H	79 - 75	4

القرار : يتم تسليم المشروع بعد 79 أسبوع

مثال تطبيقي(8):

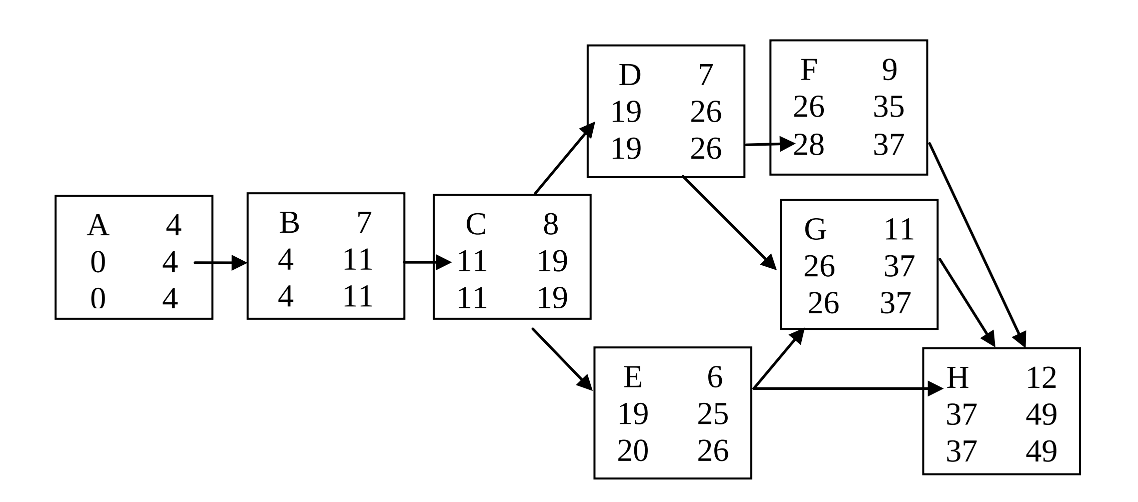
إليك جدول أعمال مشروع:

تقوم شركة الاتصالات لمراقبة خطوط تركيب الهواتف، من خلال جدول الأعمال الآتي:

النشاط	النشاط السابق	الزمن بالأسابيع
A	-	4
B	A	7
C	B	8
D	C	7
E	C	6
F	D	9
G	E,D	11
H	E,F,G	12

المطلوب:

ارسم شبكة الأعمال؟ المسار الحرج؟ حد الزمن البدء المبكر والنهاية المبكرة، البداية المتأخرة، النهاية المتأخرة، الزمن الفائض ؟



النشاط	الزمن بالأسابيع	زمن البدء المبكر	زمن الانجاز المبكر	زمن البدء المتأخر	زمن الانجاز المتأخر	الزمن الفائض
A	**4**	**0**	**4**	**0**	**4**	**0**
B	**7**	**4**	**11**	**4**	**11**	**0**
C	**8**	**11**	**19**	**11**	**19**	**0**
D	**7**	**19**	**26**	**19**	**26**	**0**
E	**6**	**19**	**25**	**19**	**26**	**1**
F	**9**	**26**	**35**	**26**	**37**	**2**
G	**11**	**26**	**37**	**26**	**37**	**0**
H	**12**	**37**	**49**	**37**	**49**	**0**

القيمة	الزمن	المسار	
47	4+7+8+7+9+12	A,B,C,D,F,H	1
49	4+7+8+7+11+12	A,B,C,D,G,H	2
48	4+7+8+6+11+12	A,B,C,E,G,H	3
37	4+7+8+6+12	A,B,C,E,H	4

المسار الحرج هو الأطول زمنا 49 أسبوع

49	4+7+8+7+11+12	A,B,C,D,G,H

نقوم بحساب الوقت لفائض للمسار = المسار الحرج – زمن المسار

الوقت الفائض	المسار الحرج – زمن المسار	المسار	
2	49 – 47	A,B,C,D,F,H	1
0	49 – 49	A,B,C,D,G,H	2
1	49 – 48	A,B,C,E,G,H	3
12	49 – 37	A,B,C,E,H	4

القرار : يتم تسليم المشروع بعد 49 أسبوع

مثال تطبيقي(9):

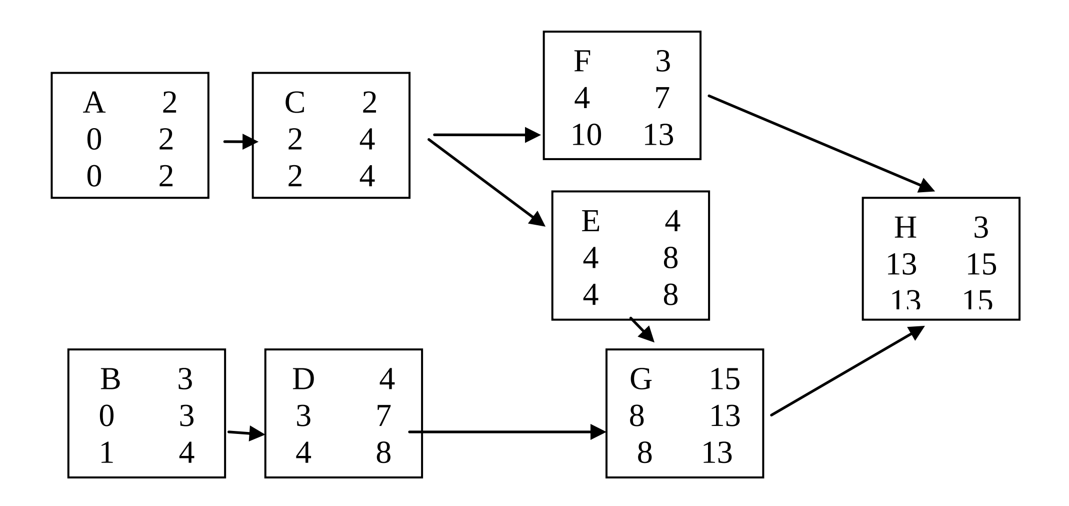
إليك جدول أعمال مشروع:

تقوم جامعة الأقصى بتجهيز مختبر حاسوب لكلية العلوم الإدارية، من خلال جدول الأعمال الآتي:

النشاط	النشاط السابق	وصف النشاط	الزمن بالأشهر
A	-	شراء مباني	2
B	-	وضع المواصفات والمقاييس	3
C	A	طرح مناقصة	2
D	B	دراسة العروض	4
E	C	شراء الأجهزة	4
F	C	توفير مستلزمات	3
G	D,E	تركيب الأجهزة	5
H	F,G	العمل على الأجهزة	2

المطلوب:

ارسم شبكة الأعمال؟ المسار الحرج؟ حد الزمن البدء المبكر والنهاية المبكرة، البداية المتأخرة، النهاية المتأخرة، الزمن الفائض ؟



النشاط	الزمن بالأشهر	زمن البدء المبكر	زمن الانجاز المبكر	زمن البدء المتأخر	زمن الانجاز المتأخر	الزمن الفائض
A	**2**	**0**	**2**	**0**	**2**	**0**
B	**3**	**0**	**3**	**1**	**4**	**1**
C	**2**	**2**	**4**	**2**	**4**	**0**
D	**4**	**3**	**7**	**4**	**8**	**1**
E	**4**	**4**	**8**	**4**	**8**	**0**
F	**3**	**4**	**7**	**10**	**13**	**6**
G	**5**	**8**	**13**	**8**	**13**	**0**
H	**2**	**13**	**15**	**13**	**15**	**0**

القيمة	الزمن	المسار	
9	2+2+3+2	A,C,F,H	1
15	2+2+4+5+2	A,C,E,G,H	2
14	3+4+5+2	B,D,G,H	3

المسار الحرج هو الأطول زمنا 15 شهرا

15	2+2+4+5+2	A,C,E,G,H

نقوم بحساب الوقت لفائض للمسار = المسار الحرج – زمن المسار

الوقت الفائض	المسار الحرج – زمن المسار	المسار	
6	15-9	A,C,F,H	1
0	15-15	A,C,E,G,H	2
1	15-14	B,D,G,H	3

القرار : يتم تسليم المشروع بعد 15 شهرا

ملاحظة:

في هذه الشبكة كانت بدايتين وهذه من المشاريع الشائعة بدايتان لحدثين منفصلين

الطريقة الثانية:

تقييم ومراجعة المشروع أسلوب بيرت PERT Method

Program Evaluation & Review Technique = PERT

يعتبر أسلوب بيرت من الأساليب المتبعة في الإدارة الحديثة في عملية تقييم ومراجعة المشاريع بأسلوب تقني وهو من الأساليب الحديثة في تقييم مشاريع الأعمال

ما هو الفرق بين المسار الحرج وأسلوب بيرت؟

المسار الحرج:

- يستخدم في حالة توفر المعلومات الأكيدة لتوفر خبرات سابقة في المشاريع

أسلوب بيرت:

- يستخدم في حساب الأزمنة المتوقعة الاحتمالية غير مؤكدة
- في حالة المشاريع الجديدة ولا يتوقع لنشاطها زمن معين
- تقل فيها الخبرة لحداثتها لأنها مشروع جديد
- تعتبر طريقة تقديرية لثلاثة أزمنة لتقدير وقت انجاز النشاطات

أزمنة أسلوب بيرت حساب الوقت المتوقع (ET) Expected Time

1- **الزمن التفاؤلي: Optimistic Time =(O)**

الزمن اقل تفاؤل به لتنفيذ النشاط

2- **الزمن الأكثر احتمالاً: Most Likely Time = (M)**

وهو الزمن المتوقع للإنجاز النشاطات في الظروف العادية

3- **الزمن التشاؤمي (P) = Pessimistic Time**

اكبر زمن متوقع لتنفيذ النشاطات لوجود معيقات تمنع تنفيذه

القانون المستخدم:

$$\textbf{PERT : ET} = \frac{(O + 4M + P)}{6}$$

آلية عمل شبكة بيرت:

يتم رسم شبكة الأعمال وتحدد المسارات وحساب الأزمنة المتوقعة لكل مسار، والمسار الأطول وقتاً هو المسار الحرج ووقته يكون الوقت الكلي للمشروع

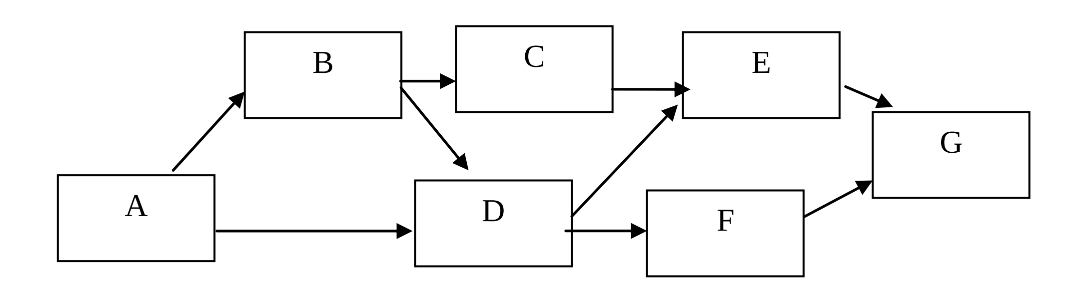
مثال تطبيقي(10)؛

من خلال جدول الأعمال الآتي:

النشاط	الحدث السابق	الوقت التفاؤلي	وقت أكثر احتمالا	الوقت التشاؤمي	الوقت المتوقع $\frac{(O + 4M + P)}{6}$
A	–	6	7	9	7.16
B	A	3	3	3	3
C	B	7	7	11	7.66
D	A,B	4	5	7	5.166
E	C,D	9	11	13	11
F	D	6	8	8	7.66
G	E,F	7	11	15	11

المطلوب:

ارسم شبكة الأعمال؟ المسار الحرج؟ اوجد الوقت المتوقع ؟



	المسار	الزمن	القيمة
1	A,B,C,E,G	7.17+3+7.66+11+11	39,83
2	A,B,D,E,G	7.16+ 3+5.16+7.66+11	33,98
3	A,B,D,F,G	7.16|+3+5.16+7.66+11	30,98
4	A,D,F,G	7.16+ 5.16+7.66+11	27,98

المسار الحرج هو الأطول زمنا 39.83 أسبوع

A,B,C,E,G	7.17+3+7.66+11+11	39,83

نقوم بحساب الوقت لفائض للمسار = المسار الحرج – زمن المسار

الوقت الفائض	المسار الحرج – زمن المسار	المسار	
0	**39,83 – 39,83**	**A,B,C,E,G**	**1**
5.85	**39,83 – 33,98**	**A,B,D,E,G**	**2**
8.85	**39,83 – 30,98**	**A,B,D,F,G**	**3**
11.85	**39,83 – 27,98**	**A,D,F,G**	**4**

القرار : يتم تسليم المشروع بعد 39,83 أسبوع

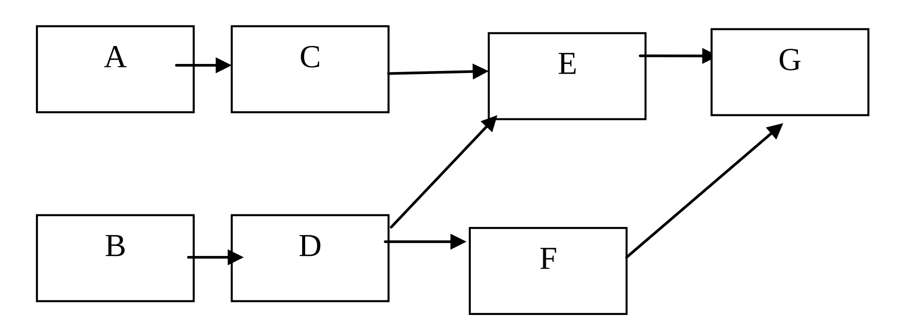
مثال تطبيقي(11):

استخدم لجدول المشروع التالي:

الوقت التشاؤمي	وقت أكثر احتمالا	الوقت التفاؤلي	الحدث السابق	النشاط
20	11	8	-	A
27	21	15	-	B
51	32	25	A	C
12	9	6	B	D
24	16	8	C,D	E
18	15	12	D	F
22	18	14	E,F	G

المطلوب:

ارسم شبكة الأعمال؟ المسار الحرج؟ اوجد الوقت المتوقع ؟



النشاط	الحدث السابق	الوقت التفاؤلي	وقت أكثر احتمالا	الوقت التشاؤمي	الوقت المتوقع $\frac{(O + 4M + P)}{6}$
A	**-**	**8**	**11**	**20**	**12**
B	**-**	**15**	**21**	**27**	**21**
C	**A**	**25**	**32**	**51**	**34**
D	**B**	**6**	**9**	**12**	**9**
E	**C,D**	**8**	**16**	**24**	**16**
F	**D**	**12**	**15**	**18**	**15**
G	**E,F**	**14**	**18**	**22**	**18**

القيمة	الزمن	المسار	
80	12+34+16+18	A,C,E,G	1
64	21+9+16+18	B,D,E,G,	2
63	21+9+15+18	B,D,F,G	3

المسار الحرج هو الأطول زمنا 80 أسبوع

80	12+34+16+18	A,C,E,G

نقوم بحساب الوقت لفائض للمسار = المسار الحرج – زمن المسار

الوقت الفائض	المسار الحرج – زمن المسار	المسار	
0	80 - 80	A,C,E,G	1
16	80 - 64	B,D,E,G,	2
17	80 - 63	B,D,F,G	3

القرار : يتم تسليم المشروع بعد 80 أسبوع

مثال تطبيقي(12):

إليك جدول أعمال مشروع:

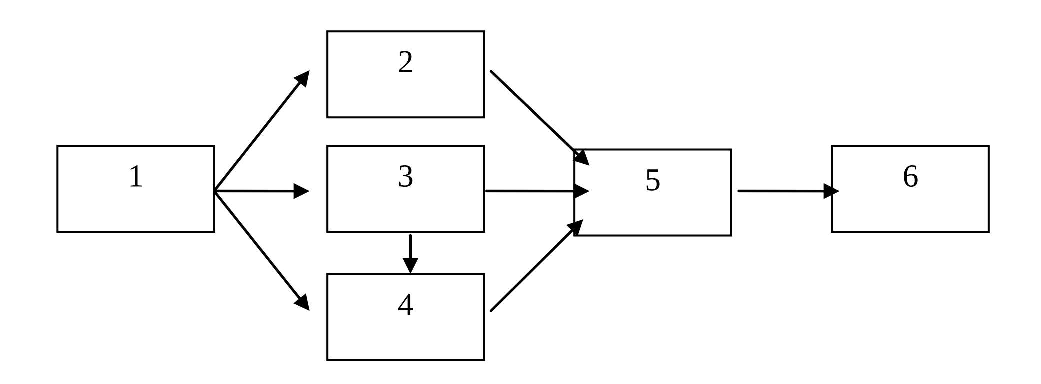
تقوم مجمع بلديات قطاع غزة بدراسة مشروع إمدادات الصرف الصحي، من خلال جدول الأعمال الآتي:

النشاط	الوقت التفاؤلي	الوقت الأكثر احتمالاً	الوقت التشاؤمي
1-2	6	10	14
1-3	10	12	14
1-4	12	16	26
2-5	8	10	12
3-4	4	7	10
3-5	4	6	8
4-5	8	12	16
5-6	3	5	7

المطلوب:

ارسم شبكة الأعمال؟ المسار الحرج لشبكة PERT ؟ احسب الوقت المتوقع بالأسابيع لكل نشاط ؟

النشاط	الوقت التفاؤلي O	الوقت الأكثر احتمالاً M	الوقت التشاؤمي P	الوقت المتوقع $ET = \frac{(O + 4M + P)}{6}$
1-2	6	10	14	(6 + 4x10 +14) ÷6 = 10
1-3	10	12	14	(10 + 4x12 +14) ÷6 = 12
1-4	12	16	26	(12 + 4x16 +26) ÷6 = 17
2-5	8	10	12	(8 + 4x10 +12) ÷6 = 10
3-4	4	7	10	(4 + 4x7 +10) ÷6 = 7
3-5	4	6	8	(4 + 4x6 +8) ÷6 = 6
4-5	8	12	16	(8 + 4x12 +16) ÷6 = 12
5-6	3	5	7	(3 + 4x5 +7) ÷6 = 5



	المسار	الزمن	القيمة
1	**1,2,5,6**	**10+10+5**	**25**
2	**1,3,5,6**	**12+6+5**	**23**
3	**1,3,4,5,6**	**12+7+12+5**	**36**
4	**1,4,5,6**	**17+12+5**	**34**

المسار الحرج هو الأطول زمنا 36 أسبوع

1,3,4,5,6	**12+7+12+5**	**36**

نقوم بحساب الوقت لفائض للمسار = المسار الحرج – زمن المسار

	المسار	المسار الحرج – زمن المسار	الوقت الفائض
1	1,2,5,6	36 - 25	11
2	1,3,5,6	36 - 23	13
3	1,3,4,5,6	36 - 36	0
4	1,4,5,6	36 - 34	2

القرار: يتم تسليم المشروع بعد 36 أسبوع

مثال تطبيقي(13):

إليك جدول أعمال مشروع:

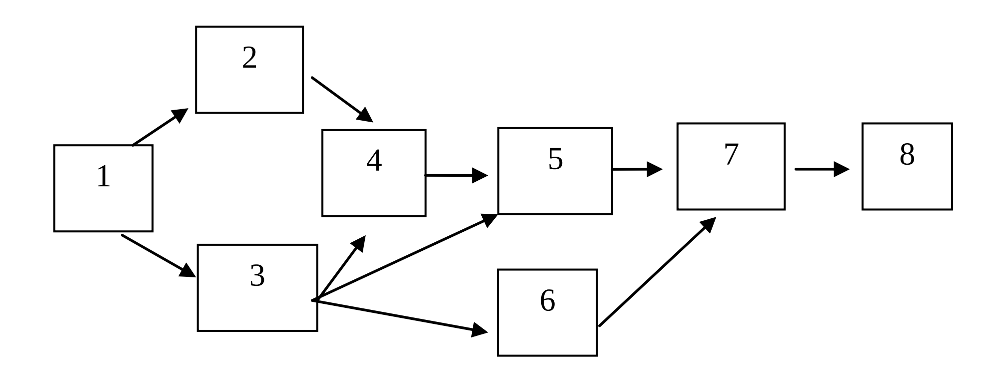
تقوم مجمع بلديات قطاع غزة بدراسة مشروع إمدادات الصرف الصحي، من خلال جدول الأعمال الآتي:

النشاط	النشاط السابق	الوقت التفاؤلي	الوقت الأكثر احتمالاً	الوقت التشاؤمي
1	-	8	10	12
2	1	12	16	26
3	1	10	12	14
4	3,2	8	12	16
5	4,3	3	6	9
6	3	9	11	13
7	6,5	9	10	17
8	7	4	6	8

المطلوب:

ارسم شبكة الأعمال؟ المسار الحرج لشبكة PERT ؟ احسب الوقت المتوقع بالأسابيع لكل نشاط ؟

النشاط	الوقت التفاؤلي O	الوقت الأكثر احتمالاً M	الوقت التشاؤمي P	الوقت المتوقع ET= (O + 4M +P) ÷6
1	8	10	12	(8 + 4x10 +12) ÷6 = 10
2	12	16	26	(12 + 4x16 +26) ÷6 = 17
3	10	12	14	(10 + 4x12 +14) ÷6 = 12
4	8	12	16	(8 + 4x12 +16) ÷6 = 12
5	3	6	9	(3 + 4x6 +9) ÷6 = 6
6	9	11	13	(9 + 4x11 +13) ÷6 = 11
7	9	10	17	(9 + 4x10 +17) ÷6 = 11
8	4	6	8	(4 + 4x6 +8) ÷6 = 6



القيمة	الزمن	المسار	
62	10+17+12+6+11+6	1,2,4,5,7,8	1
57	10+12+12+6+11+6	1,3,4,5,6,8	2
45	10+12+6+11+6	1,3,5,7,8	3
50	10+12+11+11+6	1,3,6,7,8	4

المسار الحرج هو الأطول زمنا 62 يوماً

62	10+17+12+6+11+6	1,2,4,5,7,8

نقوم بحساب الوقت لفائض للمسار = المسار الحرج – زمن المسار

الوقت الفائض	المسار الحرج – زمن المسار	المسار	
0	62 - 62	1,2,4,5,7,8	1
5	62 - 57	1,3,4,5,6,8	2
17	62 - 45	1,3,5,7,8	3
12	62 - 50	1,3,6,7,8	4

القرار: يتم تسليم المشروع بعد 62 يوماً

الامثلة الشاملة

السؤال الأول **تقوم**

السقا والخضري بدراسة خط سير أعمال مشروع بناء مولات تجارية في مدينة غزة ، من خلال جدول الأعمال الآتي:

المطلوب: أولا: ارسم شبكة الأعمال

ثانيا: حد الأزمنة المبكرة، والأزمنة المتأخرة، الزمن الفائض؟

ثالثا: حدد المسار الحرج في الشبكة؟

م	النشاط	الوصف	النشاط السابق	الزمن بالأسابيع
1	A	إعداد تقارير جدوى فنية	-	2
2	B	تنظيف الموقع وحفر الأساس	A	6
3	C	صب الأساس	A	8
4	D	وضع الأعمدة و المصدات	A,B	11
5	E	رصف الشارع وترتيبه	B,D	1
6	F	التجريب والفحص المبدئي	C,D	10
7	G	التشطيب النهائي	E,D,F	11
8	H	تسليم المشروع	E,G,F	5

السؤال الثاني:

تقوم بلدية غزة بدراسة خط سير أعمال مشروع بناء وترميم شوارع في مدينة غزة ، من خلال جدول الأعمال الآتي:

المطلوب: أولا: ارسم شبكة الأعمال؟

ثانيا: حد الازمنة المبكرة والمتأخرة؟

ثالثا: حدد المسار الحرج؟ والزمن الفائض من المسارات الحرجة؟

الزمن بالأشهر	النشاط السابق	الوصف	النشاط	
2	-	إعداد تقارير جدوى فنية	A	1
4	A	تنظيف الموقع وحفر الأساس	B	2
6	B	شق الطرق	C	3
3	B	تمهيد الطرق	D	4
8	C,D	رصف الشارع وترتيبه	E	5
5	E	الدهان ورسم الحدود	F	6
10	E,D	تبيلط الرصيف	G	7

السؤال الثالث:

تقوم السقا والخضري بدراسة خط سير أعمال مشروع بناء خمسة أبراج سكنية في مدينة غزة ، من خلال جدول الأعمال الآتي:

المطلوب: أولا: ارسم شبكة الأعمال؟

ثانيا: حد الزمن البدء المبكر والنهاية المبكرة؟

ثالثا: حدد المسار الحرج؟ والزمن الفائض من المسارات الحرجة؟

الزمن بالأشهر	النشاط السابق	الوصف	النشاط	
2	-	إعداد تقارير جدوى فنية	A	1
4	A	تنظيف الموقع وحفر الأساس	B	2
7	A	صب الأساس	C	3
5	A,B,C	وضع الأعمدة و المصدات	D	4
7	B	رصف الشارع وترتيبه	E	5
6	C,D	التجريب والفحص المبدئي	F	6
10	E,D,F	التشطيب النهائي	G	7

الفصل التاسع

صفوف الانتظار Queuing Theory / Waiting Lines

تمهيد:

كانت البدايات التاريخية لصفوف الانتظار كانت عام 1959\1910م ، وكان يطلق عليها نظرية الطوابير، أو نظرية الأرتال، صفوف الانتظار. وظهرت نتيجة ملاحظة المكتشف لها معاناة العاملات في أجهزة البدالات الهاتفية نتيجة الزخم الكبير على المكالمات الهاتفية وقلة الأجهزة الموجودة في ذلك الوقت، أدى هذا الأمر إلى تأخير الطلبات وعدم تأديتها بالسرعة المطلوبة. وتقوم مشكلة نظرية خطوط الانتظار على وجود طلبات على خدمةٍ معينةٍ يفوق ما هو معروض منها في لحظةٍ زمنيةٍ معينة؛ وبالتالي يتكون صفوف أو طوابير من الطلبات التي تنتظر تلبية حاجتها. وهذه المشكلة عامَّة تواجهها معظم المنشآت الَّتي تقدم خدمات أو تبيع منتجات سواء أكانت منشآت أعمال تهدف إلى تحقيق الرِّبح أو منظمات عامَّة أو أهلية لا تهدف إلى ذلك. كما أنَّ هذه المشكلة لا تقتصر فقط على وجود المتعاملين زبائن بمعنى أن يكون الزبون بشراً ، بلْ تتعداها إلى مشاكل أخرى يكون فيها متلقي الخدمة آلات كحالات صيانة الآلات والمعدات والمركبات، كما يمكن أن تؤدي الخدمة آلياً وليس بشرياً. ومن الممكن أن يحدث العكس، بمعنى أن مقدِّم الخدمة ينتظر وصول طالبها .

من هو مكتشف نظرية الطوابير؟

العالم البريطاني الرياضي **كاندال Kendall**

افتراضات أساسية في نظرية صفوف الانتظار:

الافتراض الأوَّل :

تقوم نظرية طوابير الانتظار على افتراض أنَّ الأفراد ينتظمون في طوابير انتظاراً لقضاء خدمتهم، وهذا يعني أنَّ النظرية تطبق في مجتمعات حضارية وراقية تأخذ بمبدأ النظام واحترام الآخر ووقته؛

حيثُ ينتظمُ الزبون طالب الخدمة في طابور يلي فيه مَن سبقه، تطبيقاً لمبدأ الأولوية في الحصول على الخدمة لمن يأتي أوّلاً، وهذا بالضرورة يعني أنَّ كُلَّ فردٍ في الطابور يُقرُّ بأنَّه متساوٍ في القيمةِ معَ غيره مِمَّنْ ينتظر الحصول على الخدمة. وهذه الحالة مغايرة لحالة المجتمعات الأُخرى الَّتي لا يوجد فيها طوابير؛ بلْ يعتمدُ الزبون على تخطي مَنْ سبقه في المجيء، وفي النهاية تتكون حالة تثير الاشمئزاز من عدم الانتظام والفوضى والتزاحم واعتبار كلّ فردٍ نفسه أفضل من غيره.

الافتراض الثاني:

هو وجود المنافسة بين المنتجين ، ولهذا وجهين: الأوَّل يخص المنتج حيث يسعى إلى إرضاء زبونه وإلا فقده، والوجه الآخر هو الزبون الَّذي يعرف أن بإمكانه الحصول على الخدمة من منتج آخر.

الافتراض الثالث:

وجود أهمية لوقت الزبون وآدميته.

ما هو الهدف من دراسة صفوف الانتظار؟

1. مساعدة المدراء في تقييم التكلفة وهي تكلفة انتظار الزبون في الطابور
2. تحديد فعالية نظام الخدمة المقدم وتحديد تكلفة أداء الخدمة
3. توظيف عدد محدد من مقدمي الخدمة للزبائن
4. تحديد الفترة الزمنية للانتظار وجعل هذه الفترة اقل ما يمكن.
5. يترتب على ذلك إنشاء مراكز خدمة متعددة لتقديم الخدمة
6. إجراء موازنة دقيقة بين تكاليف الانتظار وتكاليف اتخاذ القرار لإنشاء مراكز خدمة جديدة.

طرق تقديم الخدمة للزبائن:

1. ألياً بواسطة الحواسيب أو عن طريق الانترنت
2. بشرياً مباشرة مع الموظف المسئول عن تقديم الخدمة

وصف صفوف الانتظار

وصول الوحدات مثل: الزبائن، المكائن، البواخر، السيارات، القطارات،................ إلى محطات الخدمة، وفي العادة تكون عملية الوصول يكون:

1. معدل ثابت خلال فترة زمنية معلومة.
2. بشكل عشوائي غير محدد. وهو الأكثر شيوعاً

الخصائص العامة لنظرية صفوف الانتظار

1. معدل وصول الوحدات Arrival Rate ويخضع لتوزيع بويسون Poisson distribution

   ويرمز له بالرمز λ
2. معدل تقديم الخدمة Service Rate ويخضع للتوزيع الاسي Exponential Distribution
   ويرمز له بالرمز μ
3. دائما معدل الوصول اقل من معدل تقديم الخدمة $(\mu > \lambda)$
4. نظام الخدمة المعتمد هو من يصل أولا يحصل على الخدمة أولا FIF0 = First In Fist Out

مكونات صفوف الانتظار:

1. مجتمع القادمون Arrivals ويرمز له بالرمز λ
2. مراكز الخدمة Service Facilities ويرمز له بالرمز μ
3. خطوط الانتظار الفعليةActual Waiting Line

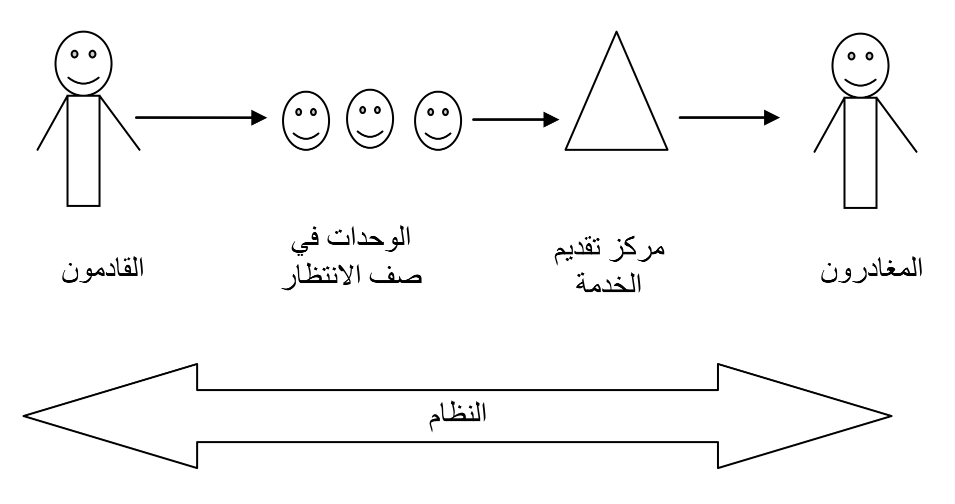
مشاكل الانتظار:

1. نموذج صف الانتظار بمركز خدمة واحد
2. نموذج صف الانتظار بأكثر من مركز خدمة

الحالة الأولى: نموذج صف الانتظار بمركز خدمة واحد

من ابسط أنواع نماذج صفوف الانتظار ويسمى بنظام القناة الواحدة حيث تصل الوحدات إلى مراكز الخدمة بشكل متتالي في صف واحد تقدم لها الخدمة بمرحلة واحدة.

حدود نظام صفوف الانتظار



أمثلة على طوابير الانتظار:

رُبَّما لا يخلو الحصول على أي خدمةٍ مِن الانتظارِ في صفٍّ (أو وسط الزحام) فمثلاً

1. المصرف ، خاصة عند صرف الرواتب .
2. مراكز صرف مستحقات البطالة .
3. محطات بيع الوقود ، خاصة أوقات المساء .
4. المستشفيات والعيادات الصحية .
5. محلات البيع خاصة في المواسم والأعياد والعطلات الأسبوعية .
6. مراكز الخدمة والصيانة للآلات والمعدات والمركبات والطائرات .
7. الموانئ التجارية (تعبئة وتفريغ السفن) .
8. نقل الركاب من المواقف العامَّة .
9. نقل الركاب والبضائع عن طريق الطائرات (في المطارات الجوية) .

بعض نتائج تطبيق نماذج نظرية صفوف الانتظار:

يزودنا تطبيق نماذج نظرية صفوف الانتظار بنتائج هامَّة، وعلى رأسها معرفة وتحديد ما يلي:

النتيجة الأولى: التوزيع الاحتمالي لعدد الزبائن في النظام:

وهذه هي أساس باقي النتائج الأخرى التي سيأتي مناقشتها أدناه، كما تساعد في التصميم المادي لنظام أداء الخدمة من حيث الإمكانيات الواجب توفيرها ، واستيعاب طول الطابور المحتمل .

النتيجة الثانية: تحديد معدل عدد الزبائن في النظام:L

وهذا يوضح العدد المتوقع من الزبائن: في انتظار الخدمة (في الطابور) مضافاً إليه الزبائن الذين يتلقون الخدمة،

وهذا يعتبر مقدمة لتحديد الوقت الذي يقضيه الزبون في النظام.

النتيجة الثالثة : معدل الوقت الذي يقضيه الزبون في النظام: W

وهذا يتيح الفرصة لمعرفة معدل الوقت الكلي الَّذي يقضيه الزبون داخل النظام) انتظاراً + قضاء للحاجة.

وهذا يتيح الفرصة لتقدير تكلفة وقت الزبون. وهذا يساعد في دراسة أكثر من نظام لتأدية الخدمة واختيار أفضلها.

النتيجة الرابعة : معدل عدد الزبائن في الطابور :Lq

وهذا يساعد في تحديد قاعة الانتظار والتجهيزات اللازمة لها،

كما يساعد كخطوة أولى في تحديد وقت انتظار الزبون في الطابور.

النتيجة الخامسة : معدل الوقت الذي يقضيه الزبون في الطابور :Wq

وهذا أحد محددات جودة أداء الخدمة، ورضا الزبون.

النتيجة السادسة : استغلال إمكانيات الخدمة المتوفرة

وهذا يحدد انشغال مؤدي الخدمة (قنوات ومحطات الخدمة) وفراغهم وإمكانية زيادتهم أو تخفيض عددهم.

تعاريف هامة:

المصطلح	التعريف
النظامsystem	هو النظام لنطاق دراسة صفوف الانتظار تشمل طابور الانتظار، الزبائن المتلقون الخدمة، قناة الخدمة، التكلفة المادية والبشرية
الزبائن customers	طالب الخدمة وينضم إلى نظام أداء الخدمة سواءً كان(فرداً، الآلات، مواد، أوامر تشغيل)

الزبائن في النظام customers in system	مجموع عدد الزبائن في صفوف الانتظار مع الزبائن الذين يتلقون الخدمة
القادمون arrivals	الزبائن المحتملون الذين يشغلون مجتمع يطلب الخدمة
الخدمة service facilities	هي مجموع الإمكانيات المتاحة لتأدية الخدمة سواء كانت بشرية أو تجهيزات مادية وهي المنتج أو السلعة أو الخدمة التي تقدمها المنظمة لتلبية احتياجات أو رغبات الزبائن
وقت الخدمة service time	هو الوقت اللازم لأداء وتلقي الخدمة بالإضافة إلى الوقت الذي يقضيه الزبون في قناة الخدمة لتلقي الخدمة حتى لحظة المغادرة
قنوات الخدمة service channels	الجهة التي يتوجه لها الزبون لتلقي الخدمة وتكون إما قناة واحدة أو أكثر من قناة للخدمة
مراحل تقديم الخدمة service phase	عدد المحطات التي يتوجب على الزبون الانضمام إليها حتى يتلقى الخدمة

الرموز الرياضية المستخدمة في صفوف الانتظار

1. N عدد الوحدات في النظام = الوحدات في صف الانتظار + الوحدات في مراكز الخدمة
2. λ عدد الوحدات القادمة إلى النظام في وحدة الزمن = معدل الوصول لكل وحدة زمنية
3. μ عدد الوحدات المغادرة من النظام = الوحدات التي قدمت لها الخدمة = معدل الخدمة لكل وحدة زمنية

العلاقات الرياضية المستخدمة في صفوف الانتظار

1. P احتمال وجود وحدات في النظام = معامل التشغيل
2. Po احتمال عدم وجود وحدات في النظام = نسبة الوقت غير المستغل
3. L_S متوسط عدد الوحدات المتوقع في النظام = طول النظام
4. Lq متوسط عدد الوحدات المتوقع في صف الانتظار = طول صف الانتظار
5. W_S متوسط وقت الانتظار المتوقع لكل وحدة في النظام
6. Wq متوسط وقت الانتظار المتوقع لكل وحدة في صف الانتظار

القوانين المستخدمة في صفوف الانتظار في حالة مركز واحد للخدمة

1. **P احتمال وجود وحدات في النظام = معامل التشغيل**

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

2. **Po احتمال عدم وجود وحدات في النظام = نسبة الوقت غير المستغل**

$$P_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu}$$

$$P_0 = 1 - P$$

3. **L_S متوسط عدد الوحدات المتوقع في النظام = طول النظام**

$$Ls = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$

4. **Lq متوسط عدد الوحدات المتوقع في صف الانتظار = طول صف الانتظار**

$$Lq = P\ Ls\ L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$$

5. **W_S متوسط وقت الانتظار المتوقع لكل وحدة في النظام**

$$Ws = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

6. **Wq متوسط وقت الانتظار المتوقع لكل وحدة في صف الانتظار**

$$W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$$

مثال تطبيقي(1):

يستطيع مطعم الدار في مدينة غزة استقبال الزبائن في المطعم بمعدل 150 زبون بالساعة في المتوسط. ومعدل وصول الزبائن للمطعم هو 140 زبون بالساعة في المتوسط.

المطلوب:

1.احتمال أن يكون المطعم مشغولا؟

2.نسبة الوقت الضائع غير المستغل؟

3.متوسط عدد الزبائن المتوقع في النظام؟

4.متوسط عدد الزبائن المتوقع في صف الانتظار؟

5.متوسط وقت انتظار الزبائن المتوقع في النظام؟

6.متوسط وقت انتظار الزبائن المتوقع في صف الانتظار؟

الحل:

μ = **150** $\lambda = 140$

1. **احتمال أن يكون المطعم مشغولا**

$P = \lambda / \mu = 140 / 150 = 0.93 = 93.3\%$

2. **نسبة الوقت الضائع غير المستغل**

$Po = 1 - P = 1 - 0.933 = 0.066 = 6.6\%$

3. **متوسط عدد الزبائن المتوقع في النظام = طول النظام**

$Ls = \lambda / (\mu - \lambda) = 140 / (150 - 140) = 140 / 10 = 14$ زبون

4. **متوسط عدد الزبائن المتوقع في صف الانتظار = طول صف الانتظار**

$Lq = \lambda^2 / \mu (\mu - \lambda) = 140^2 / 150 (150 - 140) = 19600 / 1500 = 13.06 = 13$ زبون

5. **متوسط وقت الانتظار المتوقع لكل الزبائن في النظام**

$Ws = 1 / (\mu - \lambda) = 1 / (150 - 140) = 1 / 10 \times 60 = 6$ دقائق

6. **متوسط وقت الانتظار المتوقع لكل زبون في صف الانتظار**

$Wq = \lambda / \mu (\mu - \lambda) = 140 / 150 (150 - 140) = 140 / 1500 \times 60 = 5.59$ دقيقة

مثال تطبيقي(2):

يستطيع المستشفى الجزائري في مدينة غزة استقبال المرضى في الطوارئ والعيادات بمعدل 600 مريض بالساعة في المتوسط. ومعدل وصول المرضى للمستشفى هو 450 مريض بالساعة في المتوسط.

المطلوب:

1.احتمال أن تكون عيادات المستشفى مشغولة؟

2.نسبة الوقت الضائع غير المستغل؟

3.متوسط عدد المرضى المتوقع في النظام؟

4.متوسط عدد المرضى المتوقع في صف الانتظار؟

5.متوسط وقت انتظار المرضى المتوقع في النظام؟

6.متوسط وقت انتظار المرضى المتوقع في صف الانتظار؟

الحل:

$\lambda = 450$ $\mu = \mathbf{600}$

1. **احتمال أن تكون عيادات المستشفى مشغولة**

$P = \lambda / \mu = 450 / 600 = 0.75 = 75\%$

2. **نسبة الوقت الضائع غير المستغل**

$Po = 1 - P = 1 - 0.75 = 0.25 = 25\%$

3. **متوسط عدد المرضى المتوقع في النظام = طول النظام**

$Ls = \lambda / (\mu - \lambda) = 450 / (600 - 450) = 450 / 150 = 3$ مرضى

4. **متوسط عدد المرضى المتوقع في صف الانتظار = طول صف الانتظار**

$Lq = \lambda^2 / \mu (\mu - \lambda) = 450^2 / 600 (600 - 450) = 202500 / 9000 = 22.5 = 22$ مريض

5. **متوسط وقت الانتظار المتوقع لكل مريض في النظام**

$Ws = 1 / (\mu - \lambda) = 1 / (600 - 450) = 1 / 150 \times 60 = 0.4$ دقائق

6. **متوسط وقت الانتظار المتوقع لكل مريض في صف الانتظار**

$Wq = \lambda / \mu (\mu - \lambda) = 450 / 600 (600 - 450) = 450 / 9000 \times 60 = 3$ دقائق

مثال تطبيقي(3):

يستطيع ميناء غزة استقبال البواخر بمعدل 20 باخرة بالساعة في المتوسط. ومعدل وصول البواخر للميناء هو 10 بواخر بالساعة في المتوسط.

المطلوب:

1.احتمال أن يكون رصيف الميناء مشغولا؟

2.نسبة الوقت الضائع غير المستغل؟

3.متوسط عدد البواخر المتوقع في النظام؟

4.متوسط عدد البواخر المتوقع في صف الانتظار؟

5.متوسط وقت انتظار الباخرة المتوقع في النظام؟

6.متوسط وقت انتظار الباخرة المتوقع في صف الانتظار؟

الحل:

$\lambda = 10$ $\mu = \mathbf{20}$

1. **احتمال أن يكون الرصيف مشغولا**

$P = \lambda / \mu = 10 / 20 = 0.5 = \mathbf{50\%}$

2. **نسبة الوقت الضائع غير المستغل**

$Po = 1- P = 1 - 0.5 = 0.5 = 50\%$

3. **متوسط عدد البواخر المتوقع في النظام = طول النظام**

$Ls= \lambda / (\mu - \lambda) = 10 / (20 - 10) = 10 /10 = 1$ باخرة

4. **متوسط عدد البواخر المتوقع في صف الانتظار = طول صف الانتظار**

$Lq= \lambda^2 /\mu (\mu - \lambda) = 10^2/ 20 (20 - 10) = 100 / 200 = 0.5 = ZERO$

ولا باخرة تنتظر

5. **متوسط وقت الانتظار المتوقع لكل باخرة النظام**

$Ws = 1/ (\mu - \lambda) = 1 / (20 - 10) = 1/ 10 \times 60 = 6$ دقائق

6. **متوسط وقت الانتظار المتوقع لكل باخرة في صف الانتظار**

$Wq= \lambda /\mu (\mu - \lambda) = 10 / 20 (20 - 10) = 10 /200 \times 60 = 3$ دقائق

مثال تطبيقي(4):

يستطيع موظفي القبول والتسجيل في جامعة الأقصى استقبال الطلاب بمعدل 90 طالب بالساعة في المتوسط. ومعدل وصول الطلاب لقسم القبول والتسجيل هو 45 طالب بالساعة في المتوسط.

المطلوب:

1.احتمال أن يكون القبول والتسجيل مشغولا؟

2.نسبة الوقت الضائع غير المستغل؟

3.متوسط عدد الطلاب المتوقع في النظام؟

4.متوسط عدد الطلاب المتوقع في صف الانتظار؟

5.متوسط وقت انتظار الطلاب المتوقع في النظام؟

6.متوسط وقت انتظار الطلاب المتوقع في صف الانتظار؟

الحل:

$\lambda = 45$ $\mu = \mathbf{90}$

1. **احتمال أن يكون القبول والتسجيل مشغولا**

$P = \lambda / \mu = 45 / 90 = 0.5 = \mathbf{50\%}$

2. **نسبة الوقت الضائع غير المستغل**

$Po = 1 - P = 1 - 0.5 = 0.5 = 50\%$

3. **متوسط عدد الطلاب المتوقع في النظام = طول النظام**

$Ls = \lambda / (\mu - \lambda) = 45 / (90 - 45) = 45 / 45 = 1$ طالب

4. **متوسط عدد الطلاب المتوقع في صف الانتظار = طول صف الانتظار**

$Lq = \lambda^2 / \mu (\mu - \lambda) = 45^2 / 90 (90 - 45) = 2025 / 4050 = 0.5 = ZERO$ ولا طالب

5. **متوسط وقت الانتظار المتوقع لكل طالب في النظام**

$Ws = 1 / (\mu - \lambda) = 1 / (90 - 45) = 1 / 45 \times 60 = 1.33$ دقائق

6. **متوسط وقت الانتظار المتوقع لكل طالب في صف الانتظار**

$Wq = \lambda / \mu (\mu - \lambda) = 45 / 90 (90 - 45) = 45 / 4050 \times 60 = 0.66$ دقائق

مثال تطبيقي(5):

يستطيع موظفي مغسلة الذهبي لغسيل السيارات استقبال السيارات بمعدل 35 سيارة بالساعة في المتوسط. ومعدل وصول السيارات لقسم الغسيل في المغسلة هو 25 سيارة بالساعة في المتوسط.

المطلوب:

1.احتمال أن يكون قسم الغسيل للسيارات مشغولا؟

2.نسبة الوقت الضائع غير المستغل؟

3.متوسط عدد السيارات المتوقع في النظام؟

4.متوسط عدد السيارات المتوقع في صف الانتظار؟

5.متوسط وقت انتظار السيارات المتوقع في النظام؟

6.متوسط وقت انتظار السيارات المتوقع في صف الانتظار؟

الحل:

$\lambda = 25$ $\mu = \mathbf{35}$

1. **احتمال أن يكون قسم الغسيل مشغولا**

$P = \lambda / \mu = 25 / 35 = 0.71 = \mathbf{71\%}$

2. **نسبة الوقت الضائع غير المستغل**

$Po = 1- P = 1 - 0.71 = 0.29 = 29\%$

3. **متوسط عدد السيارات المتوقع في النظام = طول النظام**

$Ls= \lambda / (\mu - \lambda) = 25 / (35 - 25) = 35 /10 = 2.5 = 2$ سيارتين فقط

4. **متوسط عدد السيارات المتوقع في صف الانتظار = طول صف الانتظار**

$Lq= \lambda^2 /\mu (\mu - \lambda) = 25^2/ 35 (35 - 25) = 625/ 350 = 1.78 = 1$ سيارة

5. **متوسط وقت الانتظار المتوقع لكل سيارة في النظام**

$Ws = 1/ (\mu - \lambda) = 1 / (35 - 25) = 1/ 10 \times 60 = 6$ دقائق

6. **متوسط وقت الانتظار المتوقع لكل سيارة في صف الانتظار**

$Wq= \lambda /\mu (\mu - \lambda) = 25 / 35 (35 - 25) = 25 /350 \times 60 = 4.28$ دقائق

مثال تطبيقي(6):

يقوم الموظف المسئول عن تسليم القروض للزبائن في احد بنوك قطاع غزة عن تقديم الخدمة بمعدل 40 زبون بالساعة في المتوسط ومعدل وصول الزبائن للبنك هو 28 زبون بالساعة في المتوسط.

المطلوب: اوجد كلا مما يلي:

1. **احتمال أن يكون الموظف مشغولا**
2. **نسبة الوقت الضائع غير المستغل**
3. **متوسط عدد الزبائن المتوقع في النظام**
4. **متوسط عدد الزبائن المتوقع في صف الانتظار**
5. **متوسط وقت الانتظار المتوقع لكل زبون في النظام**
6. **متوسط وقت الانتظار المتوقع لكل زبون في صف الانتظار**

الحل:

$\lambda = 28$ $\mu = \mathbf{40}$

1. **احتمال أن يكون الموظف مشغولا**

$P = \lambda / \mu = 28 / 40 = 0.7 = \mathbf{70\%}$

2. **نسبة الوقت الضائع غير المستغل**

$Po = 1 - P = 1 - 0.7 = 0.3 = 30\%$

3. **متوسط عدد الزبائن المتوقع في النظام = طول النظام**

$Ls = \lambda / (\mu - \lambda) = 28 / (40 - 28) = 28 / 12 = 2.33 = 2$ زبون

4. **متوسط عدد الزبائن المتوقع في صف الانتظار = طول صف الانتظار**

$Lq = \lambda^2 / \mu (\mu - \lambda) = 28^2 / 40 (40 - 28) = 784 / 480 = 1.633 = 1$ زبون

5. **متوسط وقت الانتظار المتوقع لكل زبون في النظام**

$Ws = 1 / (\mu - \lambda) = 1 / (40 - 28) = 1 / 12 \times 60 = 5$ دقائق

6. **متوسط وقت الانتظار المتوقع لكل زبون في صف الانتظار**

$Wq = \lambda / \mu (\mu - \lambda) = 28 / 40 (40 - 28) = 28 / 480 \times 60 = 3.5$ دقائق

مثال تطبيقي(7):

يستطيع موقف سيارات معبر رفح استقبال المسافرين بمعدل 450 مسافر بالساعة في المتوسط ومعدل وصول المسافرين للمعبر هو 50 مسافر بالساعة في المتوسط.

المطلوب: اوجد كلا مما يلي:

1. **احتمال أن يكون المعبر مشغولا**
2. **نسبة الوقت الضائع غير المستغل**
3. **متوسط عدد المسافرين المتوقع في النظام**
4. **متوسط عدد المسافرين المتوقع في صف الانتظار**
5. **متوسط وقت الانتظار المتوقع لكل مسافر في النظام**
6. **متوسط وقت الانتظار المتوقع لكل مسافر في صف الانتظار**

الحل:

$\lambda = 50$ $\mu = 450$

1. **احتمال أن يكون المعبر مشغولا**

$P = \lambda / \mu = 50 / 450 = 0.11 = \mathbf{11\%}$

2. **نسبة الوقت الضائع غير المستغل**

$Po = 1 - P = 1 - 0.11 = 0.88 = 88\%$

3. **متوسط عدد المسافرين المتوقع في النظام**

$Ls = \lambda / (\mu - \lambda) = 50 / (450 - 50) = 50 / 400 = 0.125 = ZERO$ ولا مسافر

4. **متوسط عدد المسافرين المتوقع في صف الانتظار**

$Lq = \lambda^2 / \mu (\mu - \lambda) = 50^2 / 450 (450 - 50) = 2500 / 180000 = 0.013 = 0$

لا مسافر في صف الانتظار

5. **متوسط عدد المسافرين المتوقع في النظام**

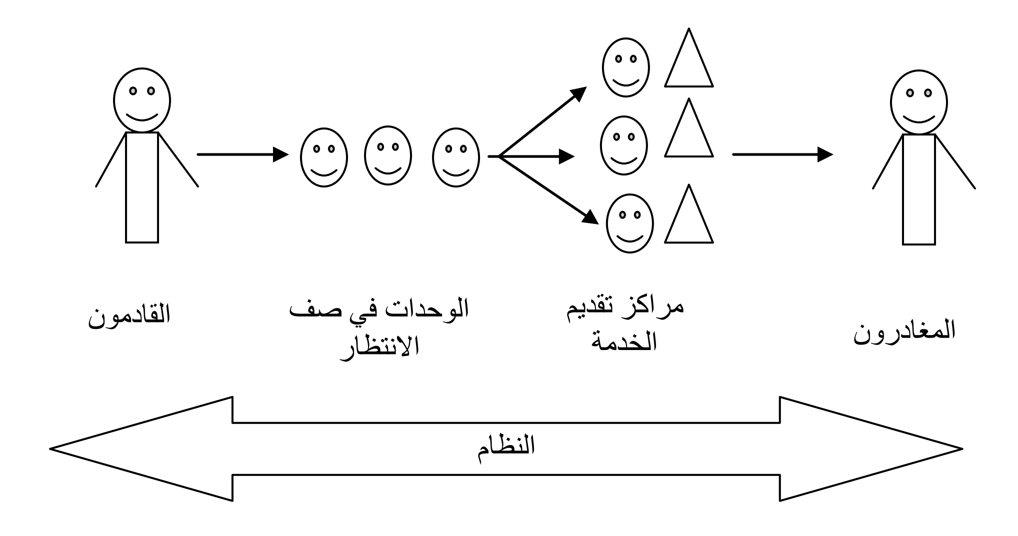
$Ws = 1 / (\mu - \lambda) = 1 / (450 - 50) = 1 / 400 \times 60 = 0.15$ دقائق

6. **متوسط وقت الانتظار المتوقع لكل مسافر في صف الانتظار**

$Wq = \lambda / \mu (\mu - \lambda) = 50 / 450 (450 - 50) = 50 / 180000 \times 60 = 0.016$ دقائق

<u>نهاية منهج بحوث العمليات وما بعد ذلك ملغي وكل عام وانتم بخير</u>

الحالة الثانية: نموذج صف الانتظار بأكثر من مركز خدمة واحد



القوانين المستخدمة في صفوف الانتظار في حالة أكثر من مركز للخدمة

1. **P احتمال وجود وحدات في النظام**

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

2. **Po احتمال عدم وجود وحدات في النظام = النظام معطل**

$$P_0$$

ضمن جداول خاصة تعتمد على عدد مراكز الخدمة S و تعتمد على احتمال وجود وحدات في النظام P

3. **L_Q متوسط عدد الوحدات المتوقع في صف الانتظار**

$$L_q = \frac{p^s.\mu.\lambda.p_0}{(S-1)!\left(S\mu-\lambda\right)^2}$$

4. **L_S متوسط عدد الوحدات المتوقع في النظام**

$$Ls = lq + \frac{\lambda}{\mu}$$

5. **Wq متوسط وقت الانتظار المتوقع لكل وحدة في صف الانتظار**

$$W_q = \frac{Lq}{\lambda}$$

6. **W_S متوسط وقت الانتظار المتوقع لكل وحدة في النظام**

$$Ws = wq + \frac{1}{\mu}$$

الجداول الخاصة في صفوف الانتظار

قيم P_0 لنموذج صفوف الانتظار بأكثر من مركز خدمة S

$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$	عدد مراكز الخدمة			
	2	3	4	5
0.15	0.8605	0.8607	0.8607	0.8607
0.2	0.8182	0.8187	0.8187	0.8187
0.25	0.7778	0.7788	0.7788	0.7788
0.3	0.7391	0.7407	0.7408	0.7408
0.35	0.7021	0.7046	0.7047	0.7047
0.4	0.6667	0.6701	0.6703	0.6703
0.45	0.6327	0.6373	0.6376	0.6376
0.5	0.6000	0.6061	0.6065	0.6065
0.55	0.5686	0.5763	0.5769	0.5769
0.6	0.5385	0.5479	0.5487	0.5488
0.65	0.5094	0.5209	0.5219	0.5220
0.7	0.4815	0.4952	0.4965	0.4966
0.75	0.4545	0.4706	0.4722	0.4724
0.8	0.4286	0.4472	0.4491	0.4493
0.85	0.4035	0.4248	0.4271	0.4274
0.9	0.3793	0.4035	0.4062	0.4065
0.95	0.3559	0.3831	0.3868	0.3867
1	0.3333	0.3636	0.3673	0.3678

0.3011	0.3002	0.2941	0.2500	1.2
0.2463	0.2449	0.2360	0.1765	1.4
0.2014	0.1993	0.1872	0.1111	1.6
0.1646	0.1616	0.1460	0.0526	1.8
0.1343	0.1304	0.1111		2
0.1094	0.1046	0.0815		2.2
0.0889	0.0831	0.0562		2.4
0.0721	0.0651	0.0345		2.6
0.0581	0.0521	0.0160		2.8
0.0466	0.0377			3
0.0372	0.0273			3.2
0.0293	0.0186			3.4
0.0228	0.0013			3.6
0.0714	0.0051			3.8
0.0130				4
0.0093				4.2
0.0063				4.4
0.0038				4.6
0.0017				4.8

مثال تطبيقي(8):

يتوفر في مطعم للوجبات السريعة موظفين اثنين بتقديم الخدمة للزبائن بمعدل 120 زبون بالساعة في المتوسط ومعدل وصول الزبائن للمطعم هو 50 زبون بالساعة في المتوسط.

المطلوب: اوجد كلا مما يلي:

1. **احتمال وجود زبائن في النظام**
2. **احتمال عدم وجود زبائن في النظام**
3. **متوسط عدد الزبائن المتوقع في صف الانتظار**
4. **متوسط عدد الزبائن المتوقع في النظام**
5. **متوسط وقت الانتظار المتوقع لكل زبون في صف الانتظار**
6. **متوسط وقت الانتظار المتوقع لكل زبون في النظام**

$\lambda = 50 \qquad \mu = 120 \qquad S = 2$

1. **P احتمال وجود زبائن في النظام**

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = 50 / 120 = 0.41$$

2. **Po احتمال عدم وجود زبائن في النظام = النظام معطل**

P_0

باستخدام الجداول الخاصة

$P_0\,? \qquad P = 0.41 \qquad S = 2$

P0 = **0.6667**

3. **L_S متوسط عدد زبائن المتوقع في صف الانتظار**

$$L_q = \frac{p^s.\mu.\lambda.p_0}{(S-1)!\left(S\mu-\lambda\right)^2} =$$

$(0.41)^2\ (120)(50)(0.6667) \ / \ (2\text{-}1)![(2x120)\text{-}\ 50]^2$

672.43 / 36100 = 0.0186

لا يوجد أي زبون في صف الانتظار

4. **متوسط عدد الزبائن المتوقع في النظام**

$$Ls = lq + \frac{\lambda}{\mu} = 0.0186 + 0.41 = 0.42$$

لا يوجد أي زبون في النظام

5. **Wq متوسط وقت الانتظار المتوقع لكل زبون في صف الانتظار**

$$W_q = \frac{Lq}{(\lambda)} = 0.0186 / 50 = 0.000372 \text{ x } 60 = 0.022$$ دقيقة

6. **W_S متوسط وقت الانتظار المتوقع لكل زبون في النظام**

$$Ws = wq + \frac{1}{\mu} = 0.000372 + 0.0083 = 0.008672 \text{ x } 60 = 0.52$$ دقيقة

مثال تطبيقي(9):

يتوفر في معبر رفح البري 4 موظفين بتقديم الخدمة للمسافرين بمعدل 150 مسافر بالساعة في المتوسط ومعدل وصول الزبائن للمعبر هو 80 زبون بالساعة في المتوسط.

المطلوب: اوجد كلا مما يلي:

1. **احتمال وجود مسافرين في النظام**
2. **احتمال عدم وجود مسافرين في النظام**
3. **متوسط عدد المسافرين المتوقع في صف الانتظار**
4. **متوسط عدد المسافرين المتوقع في النظام**
5. **متوسط وقت الانتظار المتوقع لكل مسافر في صف الانتظار**
6. **متوسط وقت الانتظار المتوقع لكل مسافر في النظام**

$\lambda = 80$ $\mu = 150$ $S= 4$

1. P احتمال وجود زبائن في النظام

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = 80 / 150 = 0.53$$

2. Po احتمال عدم وجود زبائن في النظام = النظام معطل

P_0

باستخدام الجداول الخاصة

P_0 ? P = 0.53 S = 4

P0 = **0.6065**

3. L_S متوسط عدد زبائن المتوقع في صف الانتظار

$$L_q = \frac{p_s.\mu.\lambda.p_0}{(S-1)!(S\mu-\lambda)^2} =$$

$(0.53)^2 (150)(80)(\mathbf{0.6065}) / (4-1)![(4x150)- 80]^2$

2044.39 / 1622400 = 0.00126

لا يوجد أي زبون في صف الانتظار

4. متوسط عدد الزبائن المتوقع في النظام

$$Ls = lq + \frac{\lambda}{\mu} = 0.00126 + 0.53 = 0.53$$

لا يوجد أي زبون في النظام

5. Wq متوسط وقت الانتظار المتوقع لكل زبون في صف الانتظار

$$W_q = \frac{Lq}{(\lambda)} = 0.00126 / 80 = 0.00001575 \times 60 = 0.000945$$ دقيقة

6. W_S متوسط وقت الانتظار المتوقع لكل زبون في النظام

$$Ws = wq + \frac{1}{\mu} = 0.0000945 + 0.00666 = 0.006761 \times 60 = 0.40$$ دقيقة

مثال تطبيقي(10):

يتوفر في البنك الإسلامي الفلسطيني موظفين اثنين بتقديم الخدمة للزبائن بمعدل 30 زبون بالساعة في المتوسط ومعدل وصول الزبائن للبنك هو 24 زبون بالساعة في المتوسط.

المطلوب: اوجد كلا مما يلي:

1. **احتمال وجود زبائن في النظام**
2. **احتمال عدم وجود زبائن في النظام**
3. **متوسط عدد الزبائن المتوقع في صف الانتظار**
4. **متوسط عدد الزبائن المتوقع في النظام**
5. **متوسط وقت الانتظار المتوقع لكل زبون في صف الانتظار**
6. **متوسط وقت الانتظار المتوقع لكل زبون في النظام**

الحل:

$\lambda = 24$ $\mu = 40$ $S= 2$

1. **P احتمال وجود زبائن في النظام**

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = 24 / 30 = 0.8$$

2. **Po احتمال عدم وجود زبائن في النظام = النظام معطل**

P_0

باستخدام الجداول الخاصة

P_0 ? $P = 0.8$ $S = 2$

P0 = 0.4286

3. **L_q متوسط عدد الزبائن المتوقع في صف الانتظار**

$$L_q = \frac{p^s.\mu.\lambda.p_0}{(S-1)!(S\mu-\lambda)^2} =$$

$(0.8)^2$ (24)(30)(0.4286) / (2-1)![(2x30)- 24]^2 197.49 / 2178 = 0.090

لا يوجد أي زبون في صف الانتظار

4. **Ls متوسط عدد الزبائن المتوقع في النظام**

$$Ls = lq + \frac{\lambda}{\mu} = 0.090 + 0.8 = 0.89$$ زبون

لا يوجد أي زبون في النظام

5. **Wq متوسط وقت الانتظار المتوقع لكل زبون في صف الانتظار**

$$W_q = \frac{Lq}{(\lambda)} = 0.090 / 24 = 0.00375 \times 60 = 0.225$$ دقيقة

6. **Ws متوسط وقت الانتظار المتوقع لكل زبون في النظام**

$$Ws = wq + \frac{1}{\mu} = 0.00375 + 0.025 = 0.03235 \times 60 = 1.941$$ دقيقة

مثال تطبيقي(11):

يتوفر في جامعة الأقصى في قسم القبول والتسجيل للطلاب 4 موظفين بتقديم الخدمة لطلاب بمعدل 80 طالب بالساعة في المتوسط ومعدل وصول الطلاب للقبول والتسجيل هو 40 طالب بالساعة في المتوسط.

المطلوب: اوجد كلا مما يلي:

1. **احتمال وجود طلاب في النظام**
2. **احتمال عدم وجود طلاب في النظام**
3. **متوسط عدد الطلاب المتوقع في صف الانتظار**
4. **متوسط عدد الطلاب المتوقع في النظام**
5. **متوسط وقت الانتظار المتوقع لكل طالب في صف الانتظار**
6. **متوسط وقت الانتظار المتوقع لكل طالب في النظام**

$\lambda = 40$ $\mu = 80$ $S = 4$

1. P احتمال وجود طلاب في النظام

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = 40 / 80 = 0.5$$

2. Po احتمال عدم وجود طلاب في النظام = النظام معطل

P_0

باستخدام الجداول الخاصة

P_0 ? P = 0.5 S = 4

P0 = 0.6065

3. L_S متوسط عدد الطلاب المتوقع في صف الانتظار

$$L_q = \frac{p^s.\mu.\lambda.p_0}{(S-1)!(S\mu-\lambda)^2} =$$

$(0.5)^2$ (80)(40)(0.6065) / (4-1)![(4x80)- 40]^2

485.2 / 470400 = 0.00103 طالب

لا يوجد أي طالب في صف الانتظار

4. متوسط عدد الطلاب المتوقع في النظام

$$Ls = lq + \frac{\lambda}{\mu} = 0.00103 + 0.5 = 0.501$$ طالب

لا يوجد أي طالب في النظام

5. Wq متوسط وقت الانتظار المتوقع لكل طالب في صف الانتظار

$$W_q = \frac{Lq}{(\lambda)} = 0.00103 / 40 = 0.00002575 \times 60 = 0.001545$$ دقيقة

6. W_S متوسط وقت الانتظار المتوقع لكل طالب في النظام

$$Ws = wq + \frac{1}{\mu} = 0.00002575 + 0.025 = 0.0250 \times 60 = 1.5$$ دقيقة

الامثلة الشاملة

السؤال الأول:

يستطيع موظفي القبول والتسجيل في جامعة الأقصى استقبال الطلاب بمعدل 70 طالب بالساعة في المتوسط. ومعدل وصول الطلاب لقسم القبول والتسجيل هو 50 طالب بالساعة في المتوسط.

المطلوب:

1. **احتمال أن يكون القبول والتسجيل مشغولا؟**
2. **نسبة الوقت الضائع غير المستغل؟**
3. **متوسط عدد الطلاب المتوقع في النظام؟**
4. **متوسط عدد الطلاب المتوقع في صف الانتظار؟**
5. **متوسط وقت انتظار الطلاب المتوقع في النظام؟**
6. **متوسط وقت انتظار الطلاب المتوقع في صف الانتظار؟**

السؤال الثاني:

يستطيع ميناء غزة استقبال قوارب صيد الأسماك بمعدل 40 قارب بالساعة في المتوسط. ومعدل وصول القوارب للميناء هو 20 قارب بالساعة في المتوسط.

المطلوب:

1. **متوسط عدد القوارب المتوقع في النظام؟**
2. **متوسط عدد القوارب المتوقع في صف الانتظار؟**
3. **متوسط وقت انتظار القارب المتوقع في النظام؟**
4. **متوسط وقت انتظار الباخرة المتوقع في صف الانتظار؟**

المراجع

قائمة المراجع

أولا: الكتب العربية

1. الفضل، مؤيد، 2004، **الأساليب الكمية في الإدارة**، دار اليازوري العلمية للنشر والتوزيع، عمان الأردن
2. الموسوي، منعم ،2009، **بحوث العمليات** ، دار وائل للنشر والتوزيع ، عمان الأردن.
3. الموسوي، منعم،2006، **الأساليب الكمية وبحوث العمليات في الإدارة**، دار زهران للطباعة و النشر، عمان الأردن.
4. برهان، محمد وآخرون، 2004، **بحوث العمليات،** منشورات جامعة القدس المفتوحة، الطبعة الثانية، عمان الأردن
5. حمدان، فتحي، ومرعي، رشيق، 2002، **بحوث العمليات** دار وائل للنشر، عمان الأردن
6. حمدان، فتحي، ومرعي، رشيق، 2006، **بحوث العمليات** دار وائل للنشر، عمان الأردن
7. طعمة، حسن وآخرون، 2009، **بحوث العمليات**، دار صفاء للنشر والتوزيع، عمان الأردن.
8. عاشور، يوسف، 2002، **مقدمة في بحوث العمليات**، مكتبة الأمل التجارية، غزة فلسطين.
9. عوض، مراد،2010، **الأساليب الكمية في صنع القرارات**، دار اليازوري العلمية للنشر والتوزيع عمان الأردن
10. الطراونة محمد، وعبيدات،سليمان، 2009 **مقدمة في بحوث العمليات**، دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة، عمان الأردن
11. جمعة، إسماعيل وآخرون، 2003، **بحوث العمليات في اتخاذ القرارات**، الدار الجامعية للنشر والتوزيع، الإسكندرية، .
12. العامري والحداد،2009، **تطبيقات بحوث العمليات في الإدارة**، إثراء للنشر والتوزيع،عمان الأردن

ثانيا: الكتب الأجنبية

- Barry, Render & et al, **Quantitative Analysis For Management**,2006, prentice hall, 9th edition, USA
- Barry, Render & et al, **Quantitative Analysis For Management**,2003, prentice hall, 8th edition, USA
- Barry, Render & et al, **Quantitative Analysis For Management**,2000, prentice hall, 7th edition, USA

تم بحمد الله تعالى